

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

La medición de las capacidades de modelización en las ciencias experimentales¹

The measurement of the modeling capacities in experimental sciences

La mesure des capacités de modélisation dans les sciences expérimentales

José Joaquín García García

Doctor en Educación Didáctica de las Ciencias Experimentales, Universidad de Granada
Magíster en Docencia de la Química, Universidad pedagógica Nacional
Licenciado en Biología y Química, Universidad del Tolima
Docente Titular, Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Correo: yocolombiano@yahoo.com.mx

Edilma Rentería Rodríguez

Licenciada en Matemáticas y Física, Universidad Diego Luis Córdoba del Chocó
Magíster en Educación, Universidad de Antioquia
Docente Catedrática, Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Correo: edilmarenteria@yahoo.es

Tipo de artículo: Investigación científica y tecnológica.
Recepción: 2011-03-24
Revisión: 2011-05-19
Aprobación: 2011-05-23

¹ Este artículo forma parte de los resultados del proyecto de investigación "Interacciones Complejas entre los Procesos de Modelización y Resolución de Problemas con el Uso de Múltiples Representaciones Científicas Externas (Semióticas) en la Educación en Ciencias Experimentales", realizado por José Joaquín García García y Edilma Rentería Rodríguez, y financiado por la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. El proyecto inició en septiembre de 2007 y finalizó en abril de 2011.

Contenido

1. Introducción
 - 1.1. La naturaleza de los modelos
 - 1.2. La modelización
2. Método
 - 2.1. Proceso de elaboración de la prueba sobre la capacidad de modelización
 - 2.2. Análisis de homogeneidad de los reactivos de la prueba
 - 2.3. Análisis de confiabilidad de la prueba
 - 2.4 Análisis de validez de la prueba
3. Resultados
4. Discusión
5. Conclusiones
6. Lista de referencias
7. Apéndices
 - 7.1. Ejemplos de indicadores incluidos en la prueba

Resumen

Este trabajo presenta los resultados de un estudio realizado con el objeto de construir una prueba acerca de la capacidad de modelización. El método utilizado fue el del análisis factorial y el estadígrafo el Alfa de Crombach. La prueba diseñada incluyó ocho factores: lectura de gráficos, manejo de propiedades de variables: representación y formas de relación, comprensión conceptual de designaciones x e y, establecimiento de relaciones causales o funcionales, comprensión de la variable dependiente (eje y), leer tendencias y correlaciones cualitativas (positivas) en gráficas, elaboración de síntesis, de conclusiones y tendencias al relacionar datos, comprensión de relaciones en funciones biyectivas 1 a 1. Se puede concluir que, tareas como conversión de ecuaciones en otras representaciones,

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

manejo de la proporcionalidad en gráficas y enunciados y, el manejo de las ecuaciones identificando puntos y sus variables, son centrales en la capacidad de modelización.

Palabras clave

Análisis factorial, Capacidades cognitivas, Modelo, Resolución de problemas.

Abstract

This work, show the results of a study for to builder a test about the modeling capacity. The method used is the factorial analysis and the Crombach alpha parameter. The test design included eight factors: graphic lecture, knowledge of properties of variables: representation and relations forms, conceptual understanding of sings x and y , establishment of causal or functional relations, understand of variable dependent (line y), reader tendencies and qualitative correlations (positives) in graphics, synthesis, conclusions and tendencies to related dates, understand relation in bijective functions 1 to 1. Is possible conclude what, tasks like conversion of equations in other representations, handling of the proportionality in graphs and statements and, the handling of the equations identifying points and their variables, are central in the modelling capacity.

Keywords

Cognitive capacities, Factorial analysis, Model, Solving problems.

Résumé

Ce travail montre les résultats d'une étude effectuée dans le but de construire un essai sur la capacité de modélisation. La méthode utilisée a été celui de l'analyse factorielle, et l'estadígrafo d'alpha de Crombach. L'essai conçu a inclus huit facteurs : lecture de graphiques, maniement de propriétés de variables : représentation et manières relation, compréhension conceptuelle de désignations x et y , établissement de relations causales ou fonctionnelles, compréhension de la variable dépendante (axe y), lire des tendances et des corrélations qualitatives (positives) dans graphiques, élaboration de synthèse, de conclusions et de tendances en mettant en rapport des données, compression de relations dans des fonctions bijectives 1 à 1. Il peut être conclu que, des tâches comme conversion d'équations dans d'autres représentations, du maniement de la proportionnalité dans graphiques et des déclarations et, le maniement des équations en identifiant des points et ses variables, sont centraux dans la capacité de modélisation.

Mots-clés

Analyse factorielle, Capacités cognitives, modèle, Résolution de problèmes.

1. Introducción

Contar con instrumentos válidos y confiables para medir las capacidades científicas es de crucial importancia para determinar si éstas se han generado o desarrollado en los estudiantes de ciencias. Precisamente por ello se pretende a través de esta investigación determinar cuáles son los factores constituyentes de la capacidad de modelización, ya que dicha capacidad es considerada actualmente como fundamental para poder acceder a la producción de nuevos conocimientos científicos. Así, en este artículo se muestra el proceso de construcción de una prueba que pretende medir la capacidad de modelización en los estudiantes de grado 11, y además, se presentan los factores obtenidos como constitutivos de dicha capacidad. A continuación se exponen algunos fundamentos conceptuales sobre la naturaleza de los modelos y del proceso de modelización, que se consideran necesarios para comprender la importancia de diseñar una prueba para medir la capacidad de modelización.

1.1. La naturaleza de los modelos

De acuerdo con Rubinstein, un modelo es una estructura construida, abstracta, hipotética deductiva, probable, alternativa, arbitraria, simplificada, heurística e idealizada, de fenómenos reales o imaginarios múltiples y complejos, del mundo natural o no, inaccesibles directamente, que usa datos sobre sus procesos, funciones y objetos (Rubinstein, Firstenber e Iris, 1996). Por otra parte, según García Rovira el comportamiento de un modelo se ajusta relativamente a los enunciados científicos sobre los fenómenos, así la relación entre el mundo (lo modelado) y el modelo es más de ajuste y de similitud, que de verdad (García Rovira, 2005). En esta misma línea, otros autores afirman que los modelos son simulacros de los fenómenos elaborados para investigarlos y estudiarlos (Van Dalen & Meyer, 1971; Moles, 1975; Castro, 1992).

Para muchos investigadores, en un modelo se representan conceptual y esquemáticamente correlaciones entre los fenómenos (Martinand, 1986; Guidoni, 1989; Jiménez & Perales, 2002). Esto hace que los modelos sólo se concentren en aspectos específicos de los sistemas para describirlos, explicarlos y predecir su comportamiento, como lo afirma otro grupo de investigadores (Ingham & Gilbert, 1991; Raviolo, Matínez & Aznar, 2001). De acuerdo con esta apreciación, Galagovsky & Aduriz-Bravo afirman que al construir los modelos se hace un corte en la realidad considerando sólo lo importante, abstrayéndolo, simplificándolo y elaborando analogías sobre ello (Galagovsky & Aduriz-Bravo, 2001). Por esto, un modelo es una forma de representación de los conocimientos científicos y de los fenómenos para visualizarlos y explicarlos, y, según Perales y Jiménez un

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

instrumento para construirlos, expresarlos y argumentarlos a partir de su análisis, interpretación y decodificación (Jiménez & Perales, 2002).

Desde otra perspectiva, los modelos también han sido considerados por investigadores como Crawford y Cullin, como herramientas cognitivas e instrumentos mentales que permiten movilizar las estructuras del pensamiento haciéndolas dinámicas (Crawford & Cullin, 2004). Dicha idea ya había sido enunciada por Piaget en décadas anteriores, cuando afirmaba que los modelos posibilitan estructurar y representar organizadamente los diversos aspectos de fenómenos complejos (Piaget, 1973). En apoyo a esta visión cognitiva de los modelos, investigadores como Treffers, Bassanezi, López, Silva y Costa, afirman que los modelos sirven para manipular los fenómenos de forma intencional, sistemática, organizada y predictiva usando el conocimiento para identificar y seleccionar datos de la experiencia, y, descubrir regularidades, (pautas comunes) relaciones y estructuras desconocidas, útiles para formular nuevas interpretaciones (Treffers, 1987; Bassanezi, 1994; López, Silva & Costa, 1997). Es importante anotar que, la misma actividad cognitiva consiste en contrastar con los fenómenos del mundo, los modelos teóricos organizados en teorías. Por otra parte, autores como Arcà, Guidoni y García Rovira llaman la atención acerca del papel de los modelos para aumentar la comprensión de los sistemas, fomentar la creatividad y la imaginación y, desarrollar la capacidad para relacionar variables (Arcà & Guidoni, 1989; García Rovira, 2005).

Desde una perspectiva más amplia, filósofos e investigadores consideran que los modelos son el producto y actividad principal en la ciencia, pues ésta es un proceso de construcción de modelos, como instrumentos de investigación cuyas implicaciones y predicciones (hipótesis) útiles para resolver los problemas, o generar explicaciones sobre la realidad, pueden ser probadas a través de experimentos (Bunge, 1985; Bachelard, 1991; Pesa, 2001; Carey, 1992; Nersessian, 1992; Crawford & Cullin, 2004). Desde este punto de vista, en el que se vincula directamente la producción de conocimiento científico y la construcción de los modelos, es importante decir que, todo experimento corresponde a un modelo esquemático del fenómeno para reconstruir solo algunos aspectos del mismo. Así, como lo describe Jackson un experimento implica la identificación de variables, el establecimiento de relaciones entre ellas, y la descripción cualitativa o cuantitativa de sus objetos (Jackson, 1995). Además, otros autores llaman la atención sobre el que en un experimento los montajes, la lectura de resultados y la interpretación de datos, siempre implica la construcción o la utilización de modelos abstractos para la interpretación de sus resultados (Arcà & Guidoni, 1989; Gilbert, 1993, Tomasi, 1999; Justi, 2002). En esta misma dirección, García, Rentería, Duque, Villa, y Gutiérrez, afirman que la modelización incorporada a procesos experimentales con el objeto de resolver situaciones problema, se convierte en una

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

estrategia adecuada para la enseñanza de las ciencias experimentales (García & otros, 2011). Por estas razones, para muchos autores la construcción, el uso y revisión de modelos es una estrategia para desarrollar el pensamiento científico y matemático y generar conocimiento científico que le otorgue significado a los fenómenos (Bachelard; 1991; Giere, 1992; Felipe, Gallarreta & Merino, 2005; Fourez, 1994; Jiménez & Perales, 2002; Treagust, Chittleborough, Mamiala & Thapelo, 2002).

Po último es importante recalcar que los modelos pueden ser utilizados para la descripción y comunicación de los fenómenos como bien lo afirman muchos autores (Black, 1962; Van Driel & Verloop, 1999). En esta misma línea, grupos de investigación por todo el mundo afirman que los modelos se usan para establecer relaciones semánticas entre las teorías y los fenómenos es decir representan una parte aplicativa de la teoría científica, aunque en su nivel simbólico, se muevan en un plano puramente teórico (Varela, 1999; Lorenzano, 2008; Moreira, Greca, & Rodríguez, 2002; Giere, 1992; Concari. 2001; Adúriz, Izquierdo, 2008).

Finalmente, los investigadores han recalcado en que la construcción del concepto de modelo tiene los siguientes compromisos epistemológicos (Lehrer, 1994; Justi & Gilbert, 2002):

- Separar fenómeno y nómeno: la representación no es igual a lo representado.
- Construir una representación implica elaborar un sistema formal.
- Es posible hacer predicciones en un sistema a partir del modelo.

Igualmente, otros investigadores sugieren la siguiente lista de conocimientos necesarios para construir el concepto de modelo (Grossilight et al., 1991; Crawford & Cullin, 2002, 2004):

- Habilidad para identificar y clasificar los modelos.
- Reconocimiento de las características y funciones de los modelos.
- Usar y reelaborar modelos en el proceso de investigación.
- Reconocer la variabilidad temporal de los modelos.
- Identificar y usar múltiples modelos para explicar un fenómeno.
- Poseer criterios para seleccionar variables a incluir en el modelo.

1.2. La modelización

Investigadores como Ogborn, Yerushalmy, Rodney, Bassanezi, Chamizo, Matus, Benarroch y Nappa argumentan que la modelización es un proceso de origen analógico, que inicia con el planteamiento de una situación problema abierta de

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

carácter real (fenómeno complejo cotidiano o científico) a simplificar, estructurar, e idealizar acotando sus condiciones de resolución, y termina con la elaboración de una formalización (grupo de ecuaciones idóneas o modelo matemático) (Ogborn, 1994; Yerushalmy, 1997; Rodney & Bassanezi, 1994; Chamizo, 2010; Matus, Benarroch & Nappa, 2011). Otros como Sánchez y García, insisten en que la modelización siempre requiere de un contexto teórico determinado (Sánchez, García, 1999). Es decir, modelizar implica reproducir las propiedades del objeto o sistema en otro sistema análogo construido según determinadas reglas. Así para Harré (1967), la modelización es un proceso en el que se usan analogías matemáticas dándole valores a las variables importantes en el comportamiento de un sistema y asignándoles unidades, describiéndolo así mediante generalizaciones funcionales matemáticas.

Para Halloun (1996) la modelización implica la descripción, la selección y organización de los elementos básicos de un sistema y sus subsistemas (situación problema reales) para determinar su estructura (disposición, conexiones y propiedades) con número mínimo de predicados y determinando como esta cambia en el tiempo y en el espacio (su comportamiento). Según este mismo autor, para explicar el comportamiento del fenómeno, se sustituyen sus propiedades cualitativas por formas cuantitativas, y si esto no es posible, se las vincula a otras propiedades cuantificables que varíen con dichas propiedades cualitativas.

La modelización, Igualmente ha sido descrita por muchos autores como un procedimiento de traducción y escritura en un lenguaje abstracto y nuevo, en el cual se traduce una situación problema abierta real enunciada verbalmente (modelo semántico) a términos matemáticos que describen conjuntos de relaciones precisas entre variables (modelo simbólico) (Giere, 1992; Gravemeijer, 1997; Concari, 2001; Treagust, Chittlebrough & Tapelo, 2002; Weisberg, 2006; Strevens, 2008; Adúriz e Izquierdo, 2008). Así a través del proceso de la modelización se conforman estructuras de relaciones complejas y de significados con códigos y conceptos propios que ofrecen reglas para explicar las situaciones, usando series diferentes de representaciones como lo afirman Fourez, Izquierdo, Galagovsky, Aduriz-Bravo, Gilbert y Boulter. Estos mismos autores insisten en considerar a la modelización como un proceso con dos polos y una fase intermedia. El primer polo, consistiría en describir o simplificar fenómenos complejos para comprenderlos mejor elaborando modelos abstractos. En el otro extremo, la modelización implica manipular los fenómenos para formular explicaciones y predicciones sobre ellos en diferentes condiciones, usando diversos tipos de representación (Fourez, 1994; Gilbert & Boulter, 1998; Izquierdo, 1999; Galagovsky & Aduriz-Bravo, 2001; Adúriz e Izquierdo, 2008).

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

La modelización también puede definirse como "el aprendizaje de una serie de pasos para identificar solo los elementos sobresalientes de un sistema y, para evaluar según distintas reglas, el modelo escogido" (Greca & Moreira, 1998). Es importante anotar que la modelización no es un proceso lineal y finito si no que articula ciclos continuos y progresivos de construcción, revisión, validación y refinamiento de modelos intermedios y diferentes, todos sobre el mismo fenómeno, y de sus resultados, determinando sus ventajas y desventajas, y generando replanteamientos. Igualmente, de acuerdo con muchos investigadores los modelos construidos deben ser progresivamente ampliados para ser utilizados en la representación y explicación de otros sistemas (Halloun, 1996; Hestenes, 1995; Estanya, 2001).

Finalmente, como lo afirma García y su colaboradores, es importante anotar que la modelización al ser central en la producción de conocimientos científicos, puede serlo también en las clases de ciencias (García et al., 2011). Así, se pueden implementar procedimientos de modelización en el marco de procesos de resolución de problemas. Dicha implementación puede concebirse desde dos enfoques: de aplicación y de ejemplarización. En el enfoque de aplicación se enfrenta una descripción lingüística o enunciado de una situación problema de naturaleza compleja (modelo semántico) y se crea un modelo algebraico a través de la simplificación por la manipulación de símbolos. Desde el enfoque de ejemplarización el resolutor se involucra en situaciones problema abiertas de carácter real sin reglas ni tiempos absolutos, con el objeto de construir un modelo sobre ellas.

2. Método

2.1. Proceso de elaboración de la prueba sobre la capacidad de modelización

Para la elaboración de los reactivos se llevó a cabo el siguiente proceso. En primer lugar, luego de un estudio teórico se seleccionaron 63 indicadores de la capacidad para modelizar. Seguidamente para cada indicador se elaboró un grupo de reactivos con los que se pudiera evaluar, el número de reactivos osciló entre 3 y 4 por indicador. De esta manera la prueba inicial estuvo constituida por 216 reactivos. Estos reactivos fueron sometidos a un proceso previo de revisión no formal, por integrantes de otros grupos de investigación, que se enfocaron en la correlación entre el reactivo y el indicador que se deseaba evaluar, y en su adecuada redacción de acuerdo a las reglas prescritas por Hogan (Hogan, 2004). Para la selección de los reactivos más adecuados se sometieron a dos pruebas, una prueba piloto y otra formal. La prueba piloto fue realizada por siete estudiantes de undécimo grado lo que permitió hacer ajustes al test.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

La prueba formal fue aplicada a 286 estudiantes de undécimo grado pertenecientes a las Instituciones Educativas La Paz del municipio de Envigado y la Normal Superior del municipio de Medellín. Así, luego de esta aplicación formal, desde los 216 reactivos iniciales se seleccionaron 63. Para la selección inicial de los reactivos se tuvo en cuenta que los reactivos tuviesen un índice de dificultad (p) aproximadamente de 0,50, es decir, aproximadamente el 50% de los examinados debe responder de manera correcta al reactivo, y que su índice de discriminación (D) fuese el más alto, es decir, que tuviesen una alta capacidad para discriminar entre los estudiantes que presentan la capacidad de modelización de aquellos que no la presentan.

2.2. Análisis de homogeneidad de los reactivos de la prueba

Luego de seleccionar preliminarmente los reactivos, se realizó el estudio psicométrico de los mismos, así la prueba conformada por los 63 reactivos fue aplicada a 285 estudiantes de undécimo grado de la Institución Centro Educativo Femenino de Antioquia (CEFA).

De esta forma, a partir de dichos resultados, para escoger los ítems que conforman la forma definitiva de la prueba, se calculó el índice de homogeneidad de cada uno de los reactivos, es decir, el nivel de coherencia de cada ítem con el resto de la prueba y se eliminaron aquellos que no presentaban una correlación significativa con los resultados globales de la misma. Así, la prueba final quedó constituida por 29 reactivos (preguntas).

2.3. Análisis de confiabilidad de la prueba

Es importante tener en cuenta que la confiabilidad es una medida de coherencia interna de una prueba. Con los datos de los 29 reactivos seleccionados se calculó el índice de correlación Alfa de Cronbach (α), mediante el paquete estadístico SPSS. El índice de confiabilidad de la versión final de la prueba fue de 0,855. En razón a que el coeficiente de confiabilidad oscila entre 0 y 1,0 el valor obtenido para la prueba se considera alto.

2.4. Análisis de validez de la prueba

La validez de la prueba se calculó usando el paquete estadístico SPSS, con el método de componentes principales y rotación varimax. El análisis factorial arrojó 8 factores que se exponen en el apartado de resultados.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

3. Resultados

Las 29 preguntas fueron agrupadas luego del análisis factorial en 8 factores, (ver tabla 1) conformados cada uno por varios indicadores. Algunos de estos, solo son definidos formalmente, debido a los límites que les impone su naturaleza intrínsecamente matemática. A continuación se define se definen cada uno de los factores encontrados y sus indicadores.

Factor 1: lectura de gráficos

Este factor es complejo, ya que la lectura puede ser local o global, al referirse a elementos o trazos de la gráfica o a la gráfica completa. Igualmente, puede ser cualitativa o cuantitativa cuando se requiere proveer tendencias generales o por el contrario valores específicos de las variables en puntos determinados, de puntos en sí mismos de la gráfica o de características de la misma como la pendiente o la ordenada al origen. Para evaluar este factor se usan los indicadores: determinación del valor de la pendiente a partir de parejas ordenadas, análisis de la relación (proporcional) presentada, análisis gráfico de relaciones, identificación de puntos de una función, conversión congruente de ecuación a enunciado.

Tabla 1. Factores componentes de la capacidad de modelización.

Factores	Indicadores
Factor 1: lectura de gráficos.	<ul style="list-style-type: none"> • Determinación del valor de la pendiente a partir de parejas ordenadas. • Análisis de la relación (proporcional) presentada en una gráfica. • Análisis gráfico de relaciones. • Identificación de puntos de una función. • Conversión congruente de una ecuación a un enunciado.
Factor 2: manejo de propiedades de variables: representación y formas de relación.	<ul style="list-style-type: none"> • Conversión congruente de un enunciado a una ecuación. • Determinación de la relación de proporcionalidad. • Identificación de escalas nominales. • Identificación de ecuaciones equivalentes. • Solución de una ecuación.
Factor 3: comprensión conceptual de designaciones x e y.	<ul style="list-style-type: none"> • Interpolación extrapolación. • Identificación de variables en gráficas. • Conversión de situaciones problema a ecuaciones.
Factor 4:	<ul style="list-style-type: none"> • Conceptos de imagen.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

establecimiento de relaciones causales o funcionales.	<ul style="list-style-type: none"> • Naturaleza de la variable independiente. • Relación causal. • Uso explicativo de los modelos a partir de una situación problema.
Factor 5: comprensión de la variable dependiente (eje y).	<ul style="list-style-type: none"> • Caracterización del eje Y. • Naturaleza de la variable dependiente. • Ubicar puntos en gráfica.
Factor 6: leer tendencias y correlaciones cualitativas (positivas) en gráficas.	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocimiento de variables ordinales en una gráfica. • Transformación de una situación problema a gráfica.
Factor 7: elaboración de síntesis, conclusiones y tendencias al relacionar datos.	<ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de conclusiones a partir de tablas de datos. • Conversión de tablas a expresiones algebraicas. • Determinación de los cambios sucedidos en un modelo o en un sistema.
Factor 8: comprensión de relaciones en funciones biyectivas 1 a 1.	<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de dominio. • Interpretación de relaciones en ilustraciones para elaborar conclusiones. • Lectura de ecuaciones de primer grado: ordenada al origen.

Determinación del valor de la pendiente a partir de parejas ordenadas

Los estudiantes deben aprender a establecer la relación entre los puntos representados en una línea gráfica o a través de pares ordenados, con el valor de la pendiente dentro de una ecuación lineal. En esta tarea el estudiante debe descomponer la pendiente en relaciones de valor absoluto, pasando de cuatro valores a uno, el de la pendiente m que es un valor constante. O sea, a partir de dos valores correspondientes al eje de la Y, y dos valores correspondientes al eje de las X. Así mismo, debe comprender que la pendiente es una magnitud que indica la inclinación de la recta respecto a la dirección positiva del eje OX. Así, en la relación entre la variación vertical y la variación horizontal, la variación vertical se llama incremento de la función (lo que ha variado la función) y la variación

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

horizontal incremento de la variable (lo que ha variado la variable "x"). Igualmente para resolver esta tarea el evaluado debe comprender que en las funciones tipo: $f(x) = m \cdot x + b$ el coeficiente "m" es la pendiente.

Análisis de la relación (proporcional) presentada en una gráfica

Esta tarea requiere de una interpretación global y de carácter cualitativo de gráfica que requiere observarla totalmente (no sólo a una porción de ella) atendiendo a ella misma y su tendencia general para desempacar interrelaciones y patrones de covariación entre los valores de las variables, más que una de sus especificidades o sus ejes. Esta tarea permite construir explicaciones sobre el comportamiento de las variables, es decir, elaborar el significado y el sentido de una tendencia al procesar su información implícita. Esta tarea requiere de razonamiento proporcional, y del manejo de las convenciones, leyendas y símbolos que acompañan a la gráfica.

Análisis gráfico de relaciones

Esta interpretación de la gráfica puede tener un carácter específico y cuantitativo, en ella también se han de interpretar características locales, como cambios bruscos de forma, razón de cambio o dirección en la gráfica. El nivel de ejecución de esta tarea está influido por la habilidad para localizar información específica, los elementos que orientan dicha localización son el conocimiento previo sobre el contenido de la representación, el sistema de símbolos usado, y el tipo específico de representación gráfica, además del contexto en el cual se le presenta.

Identificación de puntos de una función

En esta tarea se deben identificar los puntos o parejas de valores ordenados a ubicar en un gráfico a partir de una ecuación. En ese caso, funciona la norma que relaciona una pareja de valores ordenados de números con cada punto señalado en el plano cartesiano, que posibilita elaborar las gráficas. Es importante decir que la tarea de construir gráficas a partir de una ecuación tiene un alto grado de dificultad.

Conversión congruente de una ecuación a un enunciado

La conversión de una representación en otra, expresada en un sistema semiótico diferente, (transformación externa), requiere de poner en correspondencia las unidades elementales en cada registro semiótico de las dos representaciones inicial y final, seleccionando y reorganizando desde la inicial sólo los elementos interesantes para la final. En este caso existe correspondencia término a término y la conversión inversa genera la representación inicial y suele ser automática (congruencia entre representaciones). La dificultad en esta tarea es discriminar las unidades significantes de cada uno de los sistemas semióticos de cada representación (en ambos casos de carácter discreto: lenguaje formal y textual) que no siempre tienen la misma función. Esta tarea implica convertir una ecuación

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

en un contenido lingüístico natural pasando del registro algebraico o formal propio de la escritura simbólica al lenguaje natural.

Factor 2: manejo de propiedades de variables: representación y formas de relación

Este factor abarca la comprensión que se tiene de las diferentes formas de representar una variable en un enunciado, en una ecuación, o en una gráfica, y las reglas que rigen a las variables en dichas representaciones. Además, incluye la comprensión misma de la naturaleza de las variables y de sus relaciones entre ellas, que determinan procedimientos como la solución de ecuaciones. Este factor está conformado por los siguientes indicadores: conversión congruente de un enunciado a una ecuación, determinación de la relación de proporcionalidad, identificación de escalas nominales, identificación de ecuaciones equivalentes, y solución de una ecuación.

Conversión congruente de un enunciado a una ecuación

Este es otro caso de conversión en el cual existe correspondencia término a término. La dificultad de la tarea de nuevo consiste en identificar los elementos significantes de cada una de las representaciones, la inicial y la final (lenguaje textual a formal). Esta tarea implica convertir un contenido lingüístico en una ecuación pasando del lenguaje natural al registro algebraico o formal propio de la escritura simbólica.

Determinación de la relación de proporcionalidad

Esta tarea implica el uso del concepto de proporcionalidad entre dos variables, que requiere saber que si una variable aumenta la otra también, y que si dos magnitudes son directamente proporcionales, el cociente entre ambas es constante.

Identificación de escalas nominales

Para llevar a cabo esta tarea el evaluado debe comprender que una variable nominal, es una variable de carácter cualitativo cuyos valores no pueden ser sometidos a un criterio de orden inherente ni a un orden de jerarquía, como por ejemplo los colores o el lugar de residencia. Así, los datos sobre esta variable se agrupan sin ninguna jerarquía entre sí. Es decir, sólo presentan un atributo no cuantificado. Además, el evaluado debe saber que estas variables pueden ser categorizadas en clases separadas, y mutuamente excluyentes.

Identificación de ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes, cuando se puede decir que son iguales, es decir, cuando admiten o tienen la misma solución, o sea, arrojan el mismo resultado. En

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

las ecuaciones equivalentes, además se cumple que si a los dos miembros de una ecuación se les suma o se les resta una misma cantidad, la ecuación es equivalente a la dada. Además, se cumple que si a los dos miembros de una ecuación se les multiplica o se les divide un mismo número, distinto de cero se obtiene una ecuación equivalente a la primera.

Solución de una ecuación

La solución de una ecuación requiere del pensamiento algebraico procedimental básico de resolución de ecuaciones, del reconocimiento de los elementos de la misma, de las normas para su escritura, y del significado de las relaciones entre ellos.

Factor 3: comprensión conceptual de designaciones x e y

Este factor comprende las conceptualizaciones acerca de la naturaleza de las denominaciones que se le dan a las variables como x e y, en las ecuaciones, en las parejas ordenadas de datos, y en los enunciados. Este factor está conformado por los siguientes indicadores: interpolación extrapolación, identificación de variables en gráficas, y conversión de situaciones problema reales a ecuaciones

Interpolación extrapolación

Esta tarea requiere de la comprensión de los procesos de interpolación o la extrapolación lineal de puntos en el espacio gráfico o a partir de sus datos, usando información que relaciona los valores de dos variables, una de las cuales depende de la otra, que al ser graficados dan cuenta de encontrarse sobre una recta (eje OX: edad y eje OY: presión), relacionándose ambas variables con una función de tipo: $f(x) = m \cdot x + b$. El objetivo de esta tarea es hacer conjeturas sobre la posición y el valor de nuevos puntos y sobre la forma de nuevos segmentos. Esta tarea no se limita a los puntos marcados previamente en la línea gráfica o determinados en la tabla de datos, es decir, hace uso del hipotético infinito número de puntos potenciales que existe en el plano o en los intervalos existentes entre los puntos ya conocidos (parejas de pares ordenados). Este tipo de tarea de interpretación tiene como objetivo la predicción, y depende de las habilidades de estimación y de medida para detectar patrones o tendencias. Las predicciones realizadas en este tipo de tareas conducen a conclusiones probables.

Identificación de variables en gráficas

Para realizar esta tarea se deben reconocer las convenciones sobre las direcciones del sistema cartesiano, que establecen que el eje de las ordenadas (Y) es utilizado para graficar los valores de la variable dependiente y que el eje de las abcisas (X) es utilizado para graficar los de la variable independiente.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

Conversión de situaciones problema a ecuaciones

Esta también es una conversión de una representación en otra, expresadas en sistemas semióticos diferentes, (transformación externa), que requiere además de poner en correspondencia las unidades elementales de cada representación, seleccionar y reorganizar desde la inicial sólo los elementos interesantes para la final. En este caso no existe correspondencia término a término y la conversión inversa no genera la representación inicial y no es automática, requiriéndose de la reorganización de la representación inicial para generar la representación final en el registro semiótico diferente (incongruencia entre representaciones). Esta tarea requiere de representar el enunciado de un problema a través de un conjunto de ecuaciones pasando del lenguaje natural al registro algebraico o formal simbólico. Este tipo de conversión requiere mayor tiempo y costo cognitivo.

Factor 4: establecimiento de relaciones causales o funcionales

Este factor está constituido por la comprensión acerca de las relaciones funcionales, es decir básicamente por aquellas que afectan a través de una operación el valor del codominio o imagen de la función, es decir, la llamada variable independiente, el carácter causal de la relación funcional, y la posibilidad de utilizar este tipo de relaciones para generar explicaciones a los fenómenos. Este factor está conformado por los siguientes indicadores: conceptos de imagen, naturaleza de la variable independiente, relación causal, uso explicativo de los modelos a partir de una situación problema.

Concepto de imagen

Esta tarea requiere que el evaluado comprenda que en una relación de correspondencia entre dos conjuntos D e I , donde f es una *función* definida en el conjunto D , que a cada elemento de D se le asigna uno y sólo uno del I . Además, el evaluado debe saber que el conjunto I es el *conjunto final* y los elementos que son imagen de algún elemento de D forman el conjunto imagen ($Im(f)$) o *recorrido de la función* ($f(D)$). Igualmente, debe saber que los valores de I que *son* los valores de la *variable dependiente* que se representa por y , constituyendo el recorrido de la función $y = f(x)$.

Naturaleza de la variable independiente

La variable independiente es un objeto, proceso, característica o propiedad de un fenómeno con capacidad para influir, incidir o afectar en la variable dependiente. Es decir, los cambios en sus valores determinan los cambios en los valores de la variable dependiente. Así, la variable independiente representa la causa, que ocurre primero en el tiempo. La variable independiente regularmente llamada variable X , es a la que se le asignan libremente valores, y que usualmente es graficada sobre el eje x del plano cartesiano. Así, no es una letra en una ecuación, ni un grupo de

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

datos representados por dicha letra o símbolo, hace parte de una interrelación funcional. Además, esta es la variable que puede ser manipulada por el investigador cuando se dispone de una hipótesis que establece un vínculo causal entre ella (causa) y la variable dependiente (el efecto). Igualmente, la variable independiente puede ser asignada o seleccionada sin que el investigador pueda manipularla en el caso de que sus categorías ya estuviesen definidas desde un principio. Para evaluar este indicador se presenta un gráfico en el cual se relacionan dos variables, y el evaluado debe indicar cuál es la variable independiente.

Relación causal

El principio de causalidad postula que todo efecto o evento debe tener siempre una causa que le precede, y que en las mismas circunstancias, una causa que tenga siempre un mismo efecto (principio de uniformidad). O sea, este principio determina que todos los eventos son efectos por otros anteriores. Dicho principio, se usa para la búsqueda de leyes definidas, que asignan a cada causa su correspondiente efecto. Es decir, la causalidad es la forma como se expresan las leyes científicas basadas en una generalización de la experiencia y con capacidad predictiva. Además, establece que la causa y el efecto deben estar contiguos en el espacio y en el tiempo, la causa precede en el tiempo al efecto, la dirección va de la causa al efecto y dicha relación es constante. Para evaluar las relaciones causales se formula una situación en la que se establece este tipo de relación entre dos fenómenos y el evaluado debe determinar cuál de ellos es la causa.

Uso explicativo de los modelos a partir de una situación problema

Un modelo que representa un fenómeno puede ser utilizado para explicar su comportamiento. Para evaluar esta indicador se representa un fenómeno mediante un modelo gráfico y el evaluado debe escoger la opción que mejor explique su comportamiento usando la información aportada por el modelo. Esta tarea requiere de un nivel de procesamiento alto de carácter conceptual, en el cual se procesa la información para generar relaciones conceptuales a partir del análisis global de la estructura gráfica. Es decir, en dicho nivel se elaboran interpretaciones, explicaciones o predicciones sobre los fenómenos representados por la gráfica haciendo uso de otros conocimientos relacionados con el contenido representado.

Factor 5: comprensión de la variable dependiente (eje y)

Este factor trata sobre la comprensión de la variable respuesta en un proceso experimental, sobre la forma de representarla, y las maneras de interpretarla. Este factor está constituido por los siguientes indicadores: caracterización del eje Y, naturaleza de la variable dependiente, y ubicar puntos en gráfica.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

Caracterización del eje Y

La construcción de los ejes de un sistema coordinado requiere de la distribución de los ejes en variables, de la construcción de sus escalas y de la asignación de nombres a cada uno de ellos. Para esta tarea es necesario reconocer las convenciones referidas a las direcciones del sistema cartesiano y la oposición entre el valor absoluto y el signo de los datos y sectores observados en la gráfica. Además, esta tarea requiere de conocer las convenciones que establecen que los valores de los puntos son más grandes cuando se encuentran ubicados arriba y a la derecha; igualmente, tales valores son menores cuando están ubicados a la izquierda y al fondo dentro de la gráfica. Las convenciones tienen en cuenta el punto en el cual se cruzan los dos ejes de la gráfica denominado origen. Así, los valores incrementan en su valor absoluto tanto como se alejan del punto de origen.

Naturaleza de la variable dependiente

Esta variable no es una letra en una ecuación, ni un grupo de datos representados por dicha letra o símbolo, hace parte de una interrelación funcional. La variable dependiente es un objeto, proceso o característica a estudiar en la cual se evidencian los cambios debidos a la variable independiente. Es decir, es una variable de respuesta en un estudio cuyos valores podrían estar influidos por los de las variables independientes modificando su estado con el cambio en las variables independientes, en esa medida es un efecto. Así, representa el efecto que se produce por la causa o variable independiente. La variable dependiente no es manipulada, más bien es la variable observada. Para evaluar este indicador se pide a los estudiantes seleccionar la afirmación que mejor define la naturaleza de la variable dependiente.

Ubicar puntos en gráfica

Esta es una tarea de interpretación por vía del punteo, que requiere de la identificación de una pareja de valores ordenados a partir de la referencia a un punto dentro del espacio gráfico, teniendo en cuenta los ejes gráficos y sus escalas, haciendo uso de valores específicos y de los puntos marcados en el espacio gráfico. En ese caso, se necesita la norma que relaciona cada punto señalado en el plano cartesiano con una pareja de valores ordenados de números. Esta interpretación de tipo cuantitativo, requiere enfocar la atención más sobre los ejes y las cantidades que sobre la gráfica misma. En el caso de las coordenadas cartesianas se utilizan las distancias a los dos ejes acompañadas de los signos (+) ó (-). El signo negativo para la coordenada x se utiliza si el punto se encuentra a la izquierda del origen y para la coordenada y cuando está por debajo del origen.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

Factor 6: leer tendencias y correlaciones cualitativas (positivas) en gráficas

Este factor hace referencia a tareas de interpretación cualitativas de las gráficas y de las relaciones establecidas en las mismas, además de incluir la representación gráfica de dichas relaciones establecidas de forma cualitativa. Este factor incorpora dos indicadores: reconocimiento de variables ordinales en una gráfica y transformación de una situación problema en una gráfica.

Reconocimiento de variables ordinales en una gráfica

En esta tarea el evaluado debe reconocer que una variable ordinal es una variable cualitativa que puede tomar distintos valores ordenados siguiendo una secuencia o escala establecida, o progresión natural esperable, por ejemplo, leve, moderado, grave, y que, no es necesario que el intervalo entre mediciones sea uniforme, además, de la imposibilidad de valorar numéricamente los valores adquiridos por la variable.

Transformación de una situación problema a gráfica

Este es un caso de construcción cualitativa de una gráfica en el que se plantea construir una gráfica que satisfaga los requisitos de una situación determinada, sin tener en cuenta una ecuación matemática. Este tipo de construcción de gráfica se aborda de forma global teniendo en cuenta la tendencia general.

Factor 7: elaboración de síntesis, conclusiones y tendencias al relacionar datos

Este factor incluye la comprensión de los elementos conceptuales de los que hace uso un modelo ya sea esta una tabla de datos, o una ilustración, que posibilita la elaboración de síntesis conceptuales sobre el comportamiento del fenómeno modelado, así como la reexpresión de las relaciones expresadas en el modelo en otros sistemas semióticos de representación. Este factor incluyó los siguientes indicadores: elaboración de conclusiones a partir de tablas de datos, conversión de tablas a expresiones algebraicas y determinación de los cambios sucedidos en un modelo o en un sistema.

Elaboración de conclusiones a partir de tablas de datos

Esta tarea requiere de establecer relaciones entre los datos de las dos variables para determinar las tendencias que presentan y las características de dichas tendencias. Esta tarea requiere del manejo del pensamiento proporcional y del contexto en el cual se presentan los datos, es decir del reconocimiento de los conceptos y fenómenos a los cuales se refieren.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

Conversión de tablas a expresiones algebraicas

Esta tarea implica realizar la conversión desde una tabla de datos a una representación algebraica. Además, en este tipo de tareas el evaluado debe llevar a cabo una interpretación de carácter global para establecer las posibles relaciones entre las variables cuyos grupos de datos aparecen en la tabla, para luego expresar dichas relaciones con sus símbolos correspondientes a la escritura algebraica.

Determinación de los cambios sucedidos en un modelo o en un sistema

El evaluado para realizar esta tarea debe saber que todo modelo presenta analogías con los modelados incluyendo nociones teóricas útiles para formular predicciones (hipótesis), y que para ello provee características singulares propias (sus elementos), que tienen una organización espacial con relaciones definidas entre ellos (forma), y que se refieren siempre a un conjunto de contenidos, situaciones, procesos, objetos, sistemas o fenómenos. En este caso las nociones teóricas, los fenómenos referidos y los elementos son los mismos en ambos modelos, cambiando únicamente su organización.

Conversión de enunciado a ilustración (gráficos)

Son operaciones de conversión: la traducción, la ilustración, la transposición, la interpretación, la codificación, etc. Cuando se convierte un contenido lingüístico en una figura o en uno de sus componentes, se lleva a cabo una ilustración. En este proceso de conversión de representaciones, es congruente ya que existe correspondencia término a término y la conversión inversa genera la representación inicial y suele ser automática. Igualmente requiere de discriminar las unidades de cada representación. Esta tarea implica convertir una ecuación en un contenido gráfico pasando del registro algebraico o formal propio de la escritura simbólica al lenguaje gráfico que relaciona letras y áreas.

Factor 8: comprensión de relaciones en funciones biyectivas 1 a 1

Este factor abarca la comprensión de las relaciones 1 a 1, y específicamente las contempladas en las funciones biyectivas, como la función lineal. Las biyecciones están incluidas dentro de las funciones. Una función biyectiva es inyectiva y sobreyectiva al tiempo. La función inyectiva es aquella donde cada elemento del dominio tiene diferente imagen. La función sobreyectiva es aquella donde cada elemento del conjunto de llegada es imagen de algún elemento del dominio. Es decir, conjunto de llegada e imagen son iguales. *La función biyectiva admite inversa.* La función inversa es aquella donde el dominio y el conjunto imagen intercambian posiciones, se invierten. El dominio será el conjunto imagen y viceversa. Para hallar la inversa de una función cambiamos x por y , (y viceversa), despejamos y . Diferenciamos una función de su inversa pues en esta última colocamos (como potencia) sobre y ó $f(x)$ un $^{-1}$. Los indicadores incluidos en este factor fueron los siguientes: concepto de dominio, interpretación de relaciones en

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

ilustraciones para elaborar conclusiones, lectura de ecuaciones de primer grado: ordenada al origen.

Concepto de dominio

En una relación de correspondencia entre dos conjuntos D e I , f es una *función* definida en el conjunto D y a cada elemento de D se le asigna uno y sólo uno del I . El conjunto D se denomina *conjunto origen o dominio de la función* y se representa por $Dom(f)$. Un elemento cualquiera del conjunto D se representa por la letra x , y es la *variable independiente*. Cada elemento x de D tiene por imagen, mediante la función f , uno del conjunto I , así los valores permitidos de X constituyen el dominio de la función. Igualmente, de manera general el subconjunto formado por los números reales que tienen imagen, se llama dominio de la función. El dominio de una función puede ser especificado al momento de definir la función.

Interpretación de relaciones en ilustraciones para elaborar conclusiones

Esta tarea requiere de la interpretación de las relaciones entre los elementos provistos por un modelo gráfico (una ilustración), y específicamente de las relaciones de correspondencia 1 a 1, con el objeto de construir una conclusión acerca del fenómeno modelado.

Lectura de ecuaciones de primer grado: ordenada al origen

Esta tarea de interpretación requiere de determinar el punto donde se produce la intersección entre la línea gráfica y el eje Y en una función lineal del tipo $f(x) = mx + b$, en la cual equivale al término b . El número " b " se llama ordenada en el origen y mide la distancia que hay desde el punto en que la recta corta al eje de ordenadas hasta el origen (distancia positiva o negativa, según los casos). Igualmente, esta tarea además de estar relacionada con las propiedades de la gráfica lo está con una regla algebraica. Por otra parte y de manera recíproca, el determinar el punto en el cual las líneas incluidas en el espacio gráfico se cruzan con uno de los ejes del plano cartesiano es un procedimiento necesario para establecer funciones.

4. Discusión

El que los factores que explican en mayor medida la variabilidad de la capacidad de modelización sean: lectura de gráficos, manejo de propiedades de variables, representación y formas de relación, y comprensión conceptual de designaciones x e y , puede apoyar la idea de que las tareas incluidas en estos factores como la conversión de ecuaciones en otro tipo de representaciones, el conocimiento y manejo de la proporcionalidad en gráficas y enunciados, y el manejo mismo de las ecuaciones identificando puntos de las mismas y sus variables, son tareas centrales de la capacidad de modelización.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

Por otra parte, el que los factores: establecimiento de relaciones causales o funcionales, comprensión de la variable dependiente (eje y) y leer tendencias y correlaciones cualitativas (positivas) en gráficas, tengan menos incidencia en la variabilidad de esta capacidad, puede ser explicado porque estos factores incluyen tareas que giran en torno al conocimiento de la naturaleza y tipos de las variables, y a la identificación y representación (numérica y gráfica,) de las mismas y de las relaciones entre ellas. Es decir, estos factores se centran más en la conceptualización de las variables como parte de la estructura del modelo y no en las ecuaciones o el pensamiento proporcional que sí están directamente relacionados con la estructura del modelo.

Por último, el que los factores: elaboración de síntesis, conclusiones y tendencias al relacionar datos, y comprensión de relaciones en funciones biyectivas 1 a 1, tengan menos incidencia en la variabilidad de esta capacidad, puede deberse a que las tareas incluidas en estos factores como la elaboración de conclusiones a partir de modelos gráficos, icónicos, numéricos o algebraicos (formales) están más relacionadas con la interpretación o lectura de modelo como tal o de su producto (solución de la ecuación) y no con su construcción en sí.

5. Conclusiones

Los resultados muestran que ante todo un modelo es una estructura, pues las tareas que pertenecen a los factores con mayor peso en el análisis factorial son la conversión de ecuaciones, el manejo de dichas ecuaciones y el manejo de la proporcionalidad (correlaciones), son tareas que podríamos llamar de tipo estructural.

Por otra parte, pero en segundo lugar, un modelo también es concebido como una representación, porque las tareas que giran sobre la naturaleza y tipos de las variables, (identificación y codificación) y sobre sus relaciones (partes del modelo), pertenecen a los factores que tienen una importancia intermedia para explicar la variabilidad de la capacidad de modelización.

Igualmente, pero en tercer orden de importancia, un modelo también es entendido como un instrumento para hacer interpretaciones acerca de los fenómenos, ya que las tareas referidas a la interpretación o lectura de modelo más que a su construcción pertenecen a los factores que explican en menor medida la variabilidad de la capacidad de modelización.

De la misma forma, y por razones similares, la modelización en primer lugar, es un proceso que implica ante todo la conversión y traducción de una situación problema

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

en un sistema formal o gráfico (estructura con localización, relaciones y propiedades), aunque esto implique en segundo lugar, la descripción, selección y organización de sus variables y relaciones. Además, de esto la modelización en tercer lugar, puede ser concebida como una forma válida para interpretar, explicar y predecir los fenómenos.

Este orden de conceptualizaciones acerca de los modelos y la modelización surgido a partir de los resultados obtenidos en el proceso de la elaboración de la prueba para medir dicha capacidad, se pudo haber originado en las prácticas tradicionales en la educación en ciencias a las que son sometidos los estudiantes que contestaron las pruebas, prácticas que al parecer hacen más énfasis en el carácter estructural de los modelos dejando a un lado sus elementos cualitativos, y además, en las que no se utilizan los modelos como instrumentos válidos para la generación de interpretaciones, explicaciones y predicciones acerca de los fenómenos, ni en el marco de la resolución de situaciones problema.

6. Lista de referencias

- Adúriz- Bravo A. & Izquierdo M. (2008). Un modelo de modelo científica para la enseñanza de las ciencias naturales. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*. Número especial.
- Arcà, M. & Guidoni, P. (1989). Modelos infantiles y modelos científicos sobre la morfología de los seres vivos. *Enseñanza de las ciencias*, 7(2), 162-167.
- Bachelard, G. (1991). *Critic of Science and the Imagination*. Ed. Routledge Taylor & Francis Group. Reino Unido.
- Bassanezi, R. (1994). Modeling as a teaching - learning strategy. *Journal citation: for the learning of mathematics*, 14(2), 31-35. FML Publising Association, Vancouver, British Columbia, Canadá.
- Black, M. (1962). Models and Metaphors: *Studies in Language and Philosophy*. New York: Cornell University Press.
- Bunge, M. (1985). El realismo científico. *Revista Ciencia, Pensamiento y Cultura*, 473, 13-40
- Carey. (1992). The origin and evolution of everyday concepts, a Giere, R (ed). *Cognitive Models of Science*. (pp. 89-123). Minneapolis: University of Minnessota.
- Castro, E. A. (1992). El empleo de modelos en la enseñanza de la química. En *Revista Enseñanza de las ciencias*, 10(1), 73-79.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

- Chamizo, J. A. (2010). Una tipología de los modelos para la enseñanza de las Ciencias. *Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias*, 7(1), 26-41.
- Concari, S. (2001) Las teorías y los modelos en la explicación científica: implicancias para la enseñanza de la Ciencias. *En Revista Ciencia Educação*, 7(1), 85-94.
- Estanya, J. L. (2001). Modelización del cambio químico: hacer, pensar y escribir. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, Número extra, VI Congreso.
- Felipe, A. E., Gallarreta S. C. & Merino, G. (2005). La modelización en la enseñanza de la biología del desarrollo. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 4(3).
- Fourez, G. (1994). *El método científico: creación y rechazo de modelos. La construcción del conocimiento científico*. 2 ed. Madrid, España: Narcea.
- Galagovsky, L. & Adúriz-Bravo, A. (2001). Modelos y analogías en la enseñanza de las ciencias naturales, el concepto de modelo didáctico analógico. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 19(2), 231-242.
- García Rovira, M. P. (2005) Los modelos como organizadores del currículo en biología. *Revista Enseñanza de Las Ciencias*. Número extra. VII congreso.
- García, J.J., Rentería, E., Duque, G., Villa, R. & Gutiérrez, M. (2011). *Didáctica de las Ciencias: Modelizar y Resolver Problemas en la Educación en Ciencias Experimentales*. Facultad de Educación, Universidad de Antioquia: UNIPLURIVERSIDAD.
- Greca, E. & Moreira, M.A. (1998). Modelos mentales, modelos conceptuales y modelización. *Revista Caderno Catarinense de Ensino de física. Florianópolis*, 15(2), 107-121.
- Giere. (1992). La explicación de la ciencia. Un acercamiento cognoscitivo. México: Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.
- Gilbert. (1993). *Models and Modelling in Science Education*. Hatfield, Herts: Association for Science Education.
- Gilbert. J. K. & Boulter, C. J., (eds). (1998). *Developing models in Science Education*. Kluwer. Dordrecht, The Netherlands.
- Gravemeijer, K. (1997). Commentary Solving word problems: a case of Modelling.
- Grosslight, L., Unger, C. & Jay, E. (1991). Understanding Models and their Use in Science: Conceptions of Middle and High School Students and Experts. *Journal of Research in Science Teaching*, 28 (9), 799-822.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

Guidoni, P. (1985). On natural thinking. European. En: *Revista Journal of Science Education*, 7(2), 133- 140

Halloun, I. (1996). Schematic Modeling for Meaningful Learning of Physics. *Revista Journal of Research Learning of Physics*, 9(33), 1019-1041.

Ingham, Gilbert. (1991). The of analogue models by students of chemistry at higher education level. *Revista International Journal of Science Education*, 22, 1011-1026.

Izquierdo et al. (1999). Caracterización y fundamentación de la Ciencia escolar. *Revista Enseñanza de las Ciencias*. Número extra: 79-91.

Jackson, S., Stratford, S., Kracjik, J. & Soloway, E. (1995, March). Model-It: A case study of learner-centered software for supporting model building. Paper presented at the Working Conference on Technology Applications in the Science Classroom, Columbus, OH.

Jiménez, J. D. & Perales, F. J. (2002). Modélisation et répresentation graphique de concepts. *Buletin de l'union des physiciens*, 96.

Justi, R. S. (2002). Science teachers' knowledge about and attitudes towards the use of models and modelling in learning science. *International Journal of Science Education Departamento de Química, Universidade federal de Minas*, 12(24), 1273-1292.

Justi, R. S. & Gilbert, J. K. (2002). Modelling, teacher's views on the nature of modelling, and implications for the education of modelers. *International Journal of Science Education*. Department of Chemistry Universidade Federal de Minas Gerais, Brazil, School of Education, The University of reading, Bulmershe Court, Reading RG6 1HY, UK, 4(24), 369-387.

Lehrer. (1994). Biophys. J. Publication. *Biophysical Journal*, 67(5), 2126-2126.

López, B., Silva, J. & Costa, N. A. (1997). Modelizacaona aprendizagem de fisica na sala de aula: diagnostico de competencias e ajudas didáticas para o seu desenvolvimento em alunos do ensino secundario. *Revista Enseñanza de las ciencias*. Número extra. V congreso.

Lorenzano, P. (2008). Inconmensurabilidad teórica y comparabilidad empírica: el caso de la genética clásica. Documento interno. Bernal: UNQui.

Matus, L. Benarroch A. & Nappa, N. (2011). La modelización del enlace químico en libros de texto de distintos niveles educativos *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 10(1), 178-201.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

- Martinand, J. L. (1986). Enseñanza y aprendizaje de la modelización. *Revista Enseñanza de las ciencias*, 4(1), 45-50.
- Moles, A. (1975). La comunicación y los Mass Media. Mensajero, Bilba.
- Nersessian, N. (1995). Should Physicists Preach What They Practice?. *Revista Science & Education*, 4(3), 203-226.
- Ogborn, J. (1994). Theoretical and empirical investigations of the nature of scientific and commonsense knowledge. Tesis doctoral no publicada. Londres: King's College.
- Pesa, M. A. & Islas, E. M. (2001). ¿Qué rol asignan los profesores de física de nivel medio a los modelos científicos y a las actividades de modelado? *Revista Enseñanza de las ciencias*. Número extra, VI Congreso.
- Piaget, J. (1973). La explicación en ciencia. Barcelona: Martínez Roca.
- Raviolo, A., Matínez., Aznar, M. M. (2001). Desarrollo de una propuesta didáctica sobre el equilibrio químico basada en el aprendizaje de modelos. *Revista Enseñanza de las Ciencias*. Número extra, VI Congreso.
- Rodney, C., Bassanezi. (1994). Modelling as a Teaching-Learning Strategy. *Revista For the learning of Mathematics*, 14(2), 31-35.
- Rubinstein, M., Fistenberg., Iris, R. (1996). Patterns of problem solving. Cliffs. New Jersey: Prentice Hall, Englewood.
- Treffers, A. (1987): "Three Dimensions. A model of Goal and Theory Description" in Mathematics Instruction-The Wiscobas Project. D. Reidel Publishing Company.
- Van Dalen, D. B. & Meyer, W. J. M. (1971). Manual de técnica de la investigación educacional. Buenos Aires, Paidós.
- Van Driel, J. H. & Verloop, N. (1999). Teachers' knowledge of models and modelling in science. *International Journal of Science Education*, 11(21), 1141-1153.
- Varela, A. O. (1999). Orientaciones Pedagógicas Contemporáneas. Santafé de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Weisberg, M. (2006). Three kinds of idealization. University of Pennsylvania.
- Yerushalmy, M. (1997). Mathematizing verbal descriptions of situations: a language to support modeling. *Revista Cognition and Instruction*, 15(2), 207-264.

7. Apéndices

7.1. Ejemplos de indicadores incluidos en las pruebas.

Factor 1: lectura de gráficos.

Identificación de puntos de una función.

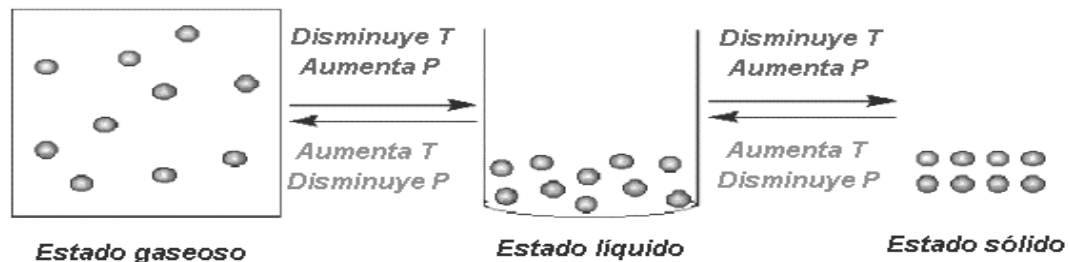
Si $f(x) = x^2$ (a veces, como ya sabes, se escribe: $y=x^2$), ¿cuáles de los siguientes puntos estarán sobre la gráfica de esa función?:

- a) (0, 1).
- b) (-1, 1/10).
- c) (3, 6).
- d) (3, 9).

Factor 4: establecimiento de relaciones causales o funcionales.

Uso explicativo de los modelos a partir de una situación problema.

El siguiente modelo describe las diferencias entre los tres estados fundamentales de la materia. De acuerdo con la información proporcionada por el modelo, el agua en un recipiente sometido a calentamiento puede hervir a menor temperatura en la Paz (Bolivia) que en Marsella (Costa de Francia) (T=Temperatura y P= Presión) porque:



- a) En la Paz la temperatura es menor y por el frío el agua hierve a menor temperatura que en la ciudad de Marsella en la costa francesa.
- b) En la Paz la presión atmosférica es mayor, así como el frío, y eso hace hervir el agua a una temperatura menor que en Marsella.
- c) En la Paz la presión atmosférica es menor y las moléculas de agua necesitan menos energía para escapar hirviendo a menor temperatura.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [\[http://revistavirtual.ucn.edu.co/\]](http://revistavirtual.ucn.edu.co/), ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. [pp. 140 – 167]

d) En la Paz la presión atmosférica es mayor y las moléculas de agua requieren menor energía para escapar hirviendo a menor temperatura.

Factor 7: elaboración de síntesis, conclusiones y tendencias al relacionar datos.
Indicador: elaboración de conclusiones a partir de tablas de datos.

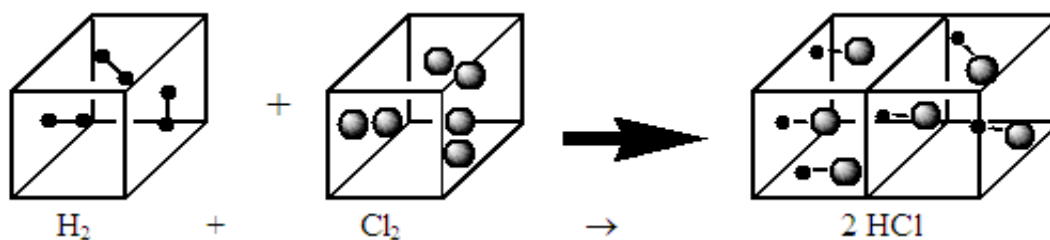
Luego de analizar el siguiente grupo de datos se puede concluir que:

Temperatura		0	25	50	100
Agua	Presión de vapor (Atm)	0,0060	0,0313	0,217	1,000
Eter		0,2434	0,6184	1,7434	6,3934

- La presión de vapor de ambas sustancias aumenta al aumentar la temperatura pero lo hace más en el agua que en el éter.
- La presión de vapor de ambas sustancias aumenta al aumentar la temperatura pero lo hace más en el éter que en el agua.
- La presión de vapor de ambas sustancias disminuye al aumentar la temperatura pero lo hace más en el éter que en el agua.
- La presión de vapor del agua aumenta al aumentar la temperatura pero no lo hace así la presión de vapor del éter.

Factor 8: compresión de relaciones en funciones biyectivas 1 a 1.
Indicador: interpretación de relaciones en ilustraciones para elaborar conclusiones.

El esquema muestra como reacciona un volumen de hidrógeno con otro de cloro para producir dos volúmenes de HCl manteniendo constante la presión y la temperatura (Las estructuras representadas por círculos unidos corresponden a moléculas).



De acuerdo al esquema se puede afirmar que:

- Volúmenes iguales de gases diferentes reaccionan forman 2 volúmenes de otro gas.
- Volúmenes iguales de gases diferentes presentan el mismo número de moléculas.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 33, (mayo-agosto de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México. **[pp. 140 – 167]**

- c) El ácido Clorhídrico ocupa el doble de volumen ocupado por el gas de Hidrógeno.
- d) El ácido Clorhídrico ocupa el doble de volumen ocupado por el Cloro gaseoso.