

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

## **Revisión de aspectos asociados a la problemática del aprendizaje de la Probabilidad<sup>1</sup>**

### **A Review on the Aspects Related to Problems when Learning Probability**

### **Révision des aspects liés à la problématique de l'apprentissage de la probabilité**

**María Alejandra Osorio Angarita**

Profesora Asistente Universidad de Boyacá  
[aosorio@uniboyaca.edu.co](mailto:aosorio@uniboyaca.edu.co)

**Augusto Bimberto Suárez Parra**

Profesor Asistente Universidad de Boyacá  
[augustosuarez@uniboyaca.edu.co](mailto:augustosuarez@uniboyaca.edu.co)

**Carmen Constanza Uribe Sandoval**

Profesora Asociada Universidad de Boyacá  
[ccuribe@uniboyaca.edu.co](mailto:ccuribe@uniboyaca.edu.co)

**Tipo de artículo:** Revisión (resultado de investigación)  
**Recepción:** 2011-06-22  
**Revisión:** 2011-08-22  
**Aprobación:** 2011-08-29

---

<sup>1</sup> Este artículo hace parte del estado del arte del proyecto de investigación *Probabilidad de la teoría a la práctica: una estrategia metodológica soportada en software educativo*, correspondiente a la línea de investigación Software Educativo del grupo de investigación GIPROCAS de la Facultad de Ciencias e Ingeniería de la Universidad de Boyacá. Fecha de Inicio: octubre de 2008, fecha de culminación: septiembre de 2013.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

---

## Contenido

1. Introducción
2. Investigación en didáctica de la Probabilidad y participación colombiana
3. Aspectos que inciden en el aprendizaje de la Probabilidad
  - 3.1. Aspectos relacionados con el estudiante
  - 3.2. Aspectos relacionados con el profesor
  - 3.3. Aspectos relacionados con los currículos
4. Algunas alternativas de solución que se han propuesto para mejorar el aprendizaje de la Probabilidad
5. Consideraciones finales
6. Lista de referencias

### Resumen

Como producto de la experiencia docente universitaria, se han detectado problemas en los estudiantes para la apropiación de los conceptos de Probabilidad y su posterior aplicación en contextos reales. Como primera fase de un proyecto de investigación que mitigue esta problemática, se realizó la revisión de las consideraciones que al respecto han planteado diferentes autores, para verificar que esta situación no es particular del ámbito local. En este trabajo se presentan los aspectos que inciden en el aprendizaje de la Probabilidad, organizados según su relación con los estudiantes, los profesores y los currículos. Igualmente, se mencionan algunas estrategias que han sido propuestas para facilitar el aprendizaje del tema. Por último, luego del análisis de la información recolectada, se presentan las consideraciones finales que incluyen acciones a seguir para mejorar algunos de estos aspectos.

### Palabras clave

Aprendizaje, Educación, Enseñanza, Estadística, Pensamiento aleatorio y Probabilidad.

### Abstract

As a result of the teaching experience in the university, problems have been detected in the students for the appropriation of Probability concepts and their subsequent application in real contexts. As the first stage of a research project aimed to mitigate these problems, it has been made a review on the considerations related to the subject that have been proposed by different authors, to verify that this situation is not a local peculiarity. In this work the aspects influencing the learning of Probability are presented, organized in accordance to the relationship

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

with the students, teachers and curricula. In the same way, we mention some strategies proposed to make easier the learning on this subject. After the analysis of the collected information, the final considerations, which include actions for the improvement of some of these aspects, are presented.

### **Keywords**

Learning, Education, Teaching, Statistics, Random Thinking, Probability

### **Résumé**

Comme résultat de l'expérience des professeurs universitaires, on a identifié problèmes chez les étudiants pour s'approprier des concepts de Probabilité et son ultérieure application dans contextes réels. Comme une première étape d'un projet de recherche pour mitiger cette problématique, on a réalisé la révision des considérations que, par rapport à ce sujet, ont été proposés par différent auteurs, pour vérifier que cette situation n'est pas particulière du milieu local. Dans ce travail on présente les aspects qu'ont une incidence sur l'apprentissage de la probabilité, classifiés conformément à son rapport avec les étudiants, les professeurs et les curriculums académiques. De la même manière, on mentionne quelques stratégies qui ont été proposes pour faciliter l'apprentissage du sujet. Finalement, après l'analyse de l'information qui a été réuni, on présente les considérations finales en incluant des actions qui doivent être adoptés pour améliorer quelques de ces aspects.

### **Mots-clés**

Apprentissage, Education, Enseignement, Statistique, Pensée aléatoire et Probabilité

## **1. Introducción**

A pesar de que la Probabilidad tiene sus fundamentos teóricos desde el siglo XVI con la discusión planteada por Cardano, quien fue uno de los primeros en realizar un tratamiento matemático del azar (Blanco, 2004), y sólo a comienzos del siglo XX fue considerada como parte de las matemáticas gracias al trabajo desarrollado por Kolmogorov (Cepeda, 1987), la introducción de la Estadística y de la Probabilidad en los currículos internacionales es relativamente reciente. En un comienzo, se enseñaba únicamente en el ámbito universitario y en la actualidad se incluye en los currículos de la educación básica y media, aunque no se ha garantizado que

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

los correspondientes contenidos hayan sido tratados en clase o que se hayan impartido en forma adecuada (León, 1999).

Retomando estándares internacionales y con el objetivo de formar estudiantes competentes en la toma de decisiones, el Ministerio de Educación Nacional – MEN, plantea fortalecer el pensamiento aleatorio de los estudiantes a partir de la educación básica primaria; "este tipo de pensamiento, llamado también probabilístico o estocástico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar" (MEN, 2006).

Los trabajos de investigación en didáctica de la Probabilidad se presentan en eventos de educación matemática y de educación estadística, como puede verse en los boletines publicados por la *International Association for Statistical Education - IASE* (s.f.). La Probabilidad se incluye en los planes de estudio de matemáticas en la educación básica y media y en los cursos de estadística a nivel universitario, pero no se le da la importancia que merece como lo expone Agnelli (2009). Por estas razones presentamos en este artículo, algunos aspectos característicos de la enseñanza y el aprendizaje de la Probabilidad tomados del mismo proceso para la estadística.

La didáctica de la estadística es objeto de investigación por parte de profesionales de diferentes áreas del conocimiento (Zieffler, Garfield, Alt, Dupuis, Holleque y Chang, 2008). Así, Garfield y Ben-Zvi (2007), en su recopilación de trabajos sobre enseñanza y aprendizaje de la estadística en el contexto mundial, muestran cómo la psicología, la pedagogía, la educación matemática y la educación en tecnología, son algunas de las disciplinas que vienen publicando estudios en temas de la educación estadística, dando una idea de fragmentación de dicha temática. Además, los mismos autores abordan algunos temas relacionados con el aprendizaje de la estadística y la probabilidad, sin hacer una distinción entre los aspectos que enmarcan a una u otra de estas ciencias, lo que hace pensar que los mismos problemas que se presentan en la investigación en didáctica de la estadística, pueden ocurrir con la investigación en didáctica de la probabilidad.

Finalmente, se encuentran publicaciones y eventos relacionados con Probabilidad y con Probabilidad aplicada, pero no propios para la socialización de investigaciones en didáctica de la Probabilidad, como sí es el

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

caso de la investigación en educación Estadística, tal como lo presentan Garfield y Ben-Zvi (2008), refiriéndose a los acontecimientos de los últimos años en este campo.

En este artículo, se hace una recopilación bibliográfica de trabajos que exponen algunos factores influyentes en el aprendizaje de la Probabilidad y diversas propuestas para apoyar el correspondiente proceso de enseñanza y aprendizaje. Al inicio se presentan acontecimientos importantes de la investigación en didáctica de la Probabilidad en Colombia, posteriormente se muestran algunos problemas de aprendizaje que diversos investigadores refieren, organizados desde el punto de vista del estudiante, del docente y de los currículos. Para finalizar se relacionan estrategias propuestas por diferentes investigadores para apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Probabilidad, así como algunas consideraciones finales.

## **2. Investigación en didáctica de la Probabilidad y participación colombiana**

Un primer aspecto a tener en cuenta es que la construcción de lineamientos y orientaciones educativas son el resultado de proyectos de investigación que expertos han desarrollado para los entes encargados de impartir estas normas. En diferentes países, estos organismos son del orden gubernamental, aunque reciben recomendaciones de agremiaciones o asociaciones que se preocupan por tales asuntos.

En Colombia el MEN plantea, a través de las competencias matemáticas, lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con el conocimiento que ellos adquieren en la educación básica y media (MEN, 2006). Es así como el pensamiento aleatorio y el manejo de los sistemas de datos hacen parte de las competencias que debe tener todo estudiante al finalizar este ciclo, las cuales son evaluadas en las pruebas de Estado realizadas por el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior - ICFES. Los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional hacen alusión al pensamiento aleatorio (MEN, 1998) y los estándares curriculares de Matemáticas especifican los propósitos del pensamiento aleatorio (MEN, 2006). Igualmente, a nivel universitario, se pretende que los estudiantes alcancen un nivel de formación que supere lo cognitivo y procedimental, para pasar a la aplicación y evaluación crítica frente a hechos estadísticos y probabilísticos.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

Por otra parte, Colombia no se ha destacado con su participación en los encuentros internacionales de educación estadística, como se referencia más adelante, y son escasas las investigaciones particulares sobre la enseñanza de la Probabilidad. No obstante se ha visto en años recientes un interés por investigar la problemática relacionada con la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad; muestra de ello son los artículos compilados por el grupo de investigación Crisálida de la Universidad Distrital (Rocha, 2007) y el incremento de la participación en los diferentes eventos de educación, investigación y formación docente, tales como: Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística, Coloquio Distrital de Matemáticas y Simposio Nacional de Estadística.

En el mismo sentido, es destacable que a partir del año 2005, en el Simposio Nacional de Estadística organizado por la Universidad Nacional de Colombia, se cuenta con un espacio para presentar ponencias acerca de la pedagogía y didáctica de la estadística, dentro del cual se abordan temas relacionados con la Probabilidad. Igualmente, se destaca la organización del Primer Encuentro Nacional de Educación Estadística, celebrado en la Universidad Nacional de Colombia en el mes de abril de 2007 y los Encuentros Nacionales de Educación Matemática y Estadística, cuya décima versión se desarrolla en el año 2011.

De acuerdo con los trabajos presentados en el Séptimo Congreso Internacional de Educación Estadística (ICOTS 7), el evento más importante en esta temática a nivel mundial, celebrado en Salvador Bahía (Brasil), Salcedo (2007) analiza la participación latinoamericana y colombiana en investigación estadística. La participación latinoamericana pasó de un 3,37% en los anteriores encuentros a un poco más del 24% en el ICOTS 7. En este porcentaje se destaca el número de trabajos presentados por Brasil (76), Argentina (26), México (20), y Chile (15). Colombia presentó 4 trabajos, lo que refleja una reducida participación en dicho congreso, aunque mayor a la de años anteriores, quizás teniendo en cuenta la cercanía del evento y la posibilidad de publicar en la lengua materna.

Además, Salcedo (2007) deja ver que la investigación en educación estadística se desarrolla fundamentalmente por docentes de instituciones de educación superior, quienes tratan temas propios de pregrado y postgrado y en algunos casos de la educación básica y media; también se observó en el ICOTS 7, la escasa existencia de grupos de investigación y de trabajos interinstitucionales en el tema.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

En el ICOTS 8, celebrado en Ljubljana (Slovenia), también aparecen cuatro publicaciones colombianas, una de ellas como invitada y las otras tres como contribuciones. Eventos como éste y otros a nivel internacional y latinoamericano, aparecen referenciados en el boletín Hipótesis Alternativa de la IASE (s.f.), donde se puede verificar que ocasionalmente se presentan trabajos colombianos en Estadística y Probabilidad.

Es decir, que aunque existe una preocupación por realizar y divulgar procesos de investigación que muestren la realidad de la didáctica de la Probabilidad, así como algunas estrategias que permiten alcanzar los objetivos propuestos y que motiven en el público la creación de materiales que sigan apoyando tal aprendizaje, los avances son todavía mínimos, ya que el solo diagnóstico de la situación no es suficiente para enfrentar esta problemática.

### **3. Aspectos que inciden en el aprendizaje de la Probabilidad**

Teniendo en cuenta que algunos fenómenos que se presentan en la naturaleza y en la vida cotidiana tienen un componente probabilístico, se hace necesario que estos temas sean tratados conforme a las orientaciones y lineamientos establecidos por los entes correspondientes del ámbito educativo, tanto a nivel de educación básica y media, como a nivel universitario. A continuación se muestran algunos de los aspectos más relevantes que de una u otra forma influyen en el aprendizaje de este tema.

#### **3.1. Aspectos relacionados con el estudiante**

Para Cochran (2005) es preocupante la deficiencia que los estudiantes muestran en el manejo de los conceptos de Probabilidad, porque estos conocimientos son básicos para comprender la inferencia estadística, ayudan al desarrollo del razonamiento lógico y se requieren en cursos posteriores; a este respecto, se observan limitaciones por parte de algunos estudiantes universitarios. De esta manera se hace necesario analizar las dificultades que se presentan en la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad, como el uso inadecuado de una terminología estadística y la falta de comprensión de términos abstractos y sus relaciones, las deficientes capacidades y destrezas operativas y de cálculo en los estudiantes, los bajos niveles de motivación intrínseca para la Estadística, la ausencia de interrelación entre

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

lo que se estudia y el mercado laboral y el establecimiento de metas a corto plazo, como lo es aprobar la asignatura sin importar mucho el grado de conocimiento necesario para ello (Campos, 2008).

El problema mencionado, que refiere los bajos niveles de pensamiento aleatorio, se hace notorio cuando el estudiante universitario avanza a asignaturas del componente profesional y tiene que contextualizar y aplicar los conceptos de Probabilidad en la solución de problemas más cercanos a su desempeño laboral. Diversos factores inciden en este problema, como los que se presentan a continuación.

En sus reflexiones sobre el lenguaje probabilístico en los libros de texto Ortiz, Batanero y Serrano (2001) afirman que cuando el estudiante se inicia en el estudio de la Probabilidad, ha usado en sus juegos y vida diaria, términos y expresiones para referirse a los procesos aleatorios que no tienen el mismo sentido preciso que adquieren en el tratamiento del azar. El inconveniente se presenta porque el estudiante confunde el significado de algunos términos que utiliza el profesor, con los aprendidos previamente y no indaga para que el docente aclare sus dudas. Entre estos términos se pueden mencionar: azar, aleatoriedad, equiprobable e incertidumbre.

En cuanto a las capacidades y destrezas matemáticas del estudiante de Probabilidad, Cochran (2005) parte del hecho que los estudiantes con una formación insuficiente en matemáticas tienen un bajo desempeño en Probabilidad, generalmente comprenden la estadística descriptiva resumiendo información en gráficos y tablas y tienen facilidad para calcular e interpretar medidas descriptivas, pero muestran inconvenientes cuando profundizan en temas de Probabilidad y tienen que valerse de ésta para realizar procesos inferenciales.

Se encuentra que una inadecuada aplicación de las leyes de Probabilidad y los prejuicios de las personas puede afectar su forma de razonar cuando el componente probabilístico está presente. Estudios como el de Hirsch y O'Donnell (2001), quienes aplicaron un instrumento previamente validado en estudiantes de diferentes niveles educativos, concluyen que muchos errores conceptuales de Probabilidad, especialmente el de la representatividad, persisten en las personas aún después de haber recibido la instrucción correspondiente.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

De otra parte, de acuerdo con pedagogos y psicólogos, la motivación tiene un comportamiento relevante en el proceso de aprendizaje de una ciencia o de una disciplina, como es el caso de la Probabilidad. Teniendo en cuenta lo afirmado por Corbella (1985), la motivación es una actitud favorable que facilita la aparición de una determinada conducta. Tal como lo afirma García (2008), la motivación tradicionalmente tiene naturaleza cualitativa y puede ser intrínseca o extrínseca. La primera supone que las actividades de aprendizaje las realiza el alumno movido por intereses personales y por la satisfacción que le produce el mismo aprendizaje; el estudiante se caracteriza por tener un compromiso firme con el proceso de aprendizaje y por el mejoramiento continuo de su conocimiento. La segunda se caracteriza porque el alumno realiza las actividades de aprendizaje por motivos distintos al propio aprendizaje y se interesa por un resultado concreto, por un premio o por evitar unas sanciones. Para Peñaloza y Vargas (2006) los bajos niveles de motivación intrínseca son un factor condicionante que pueden limitar la asimilación y destreza del uso de algunas técnicas estadísticas, para lo cual es importante que el docente lleve al estudiante a interesarse por un aprendizaje duradero y para la vida, que trascienda más allá del simple hecho de aprobar la asignatura en el plan de estudios.

Adicionalmente, los preconceptos o intuiciones que el estudiante adquiere de forma errada en el bachillerato o en el transcurso de su vida, se constituyen como obstáculos<sup>2</sup> epistemológicos para el aprendizaje de la Probabilidad en la educación superior (Batanero, Godino, Green, Holmes y Vallecillos, 1994). En el mismo sentido Konold (1995) afirma que estas intuiciones que trae el estudiante pueden ser muy difíciles de cambiar en un curso de Probabilidad, lo que implica duplicar los esfuerzos por parte de los profesores, quienes deberán aplicar estrategias efectivas que logren transformar la forma de analizar y de actuar frente a hechos probabilísticos. Tal como lo expone Batanero (2001b), encontrar esos obstáculos y ayudar al estudiante a superarlos es la condición necesaria para poder construir un concepto adecuado.

De manera cotidiana, las personas acuden a estrategias no probabilísticas para dar juicios y enfrentarse a problemas en donde hay presencia del azar y, como lo afirma Pozo (1999), éstas son adquiridas a través de la

---

<sup>2</sup> Conocimiento que ha sido en general satisfactorio durante un tiempo para la solución de algunos tipos de problemas, se fija en la mente de los estudiantes y posteriormente resulta inadecuado cuando el alumno se enfrenta a nuevos problemas (Brousseau, 1983).

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

experiencia de la vida diaria, tienen un valor práctico, es decir, son mecanismos de enjuiciamiento o decisión, y son persistentes y sistemáticas, forman, por tanto, un cuerpo de conocimientos y una representación mental consistente; el problema es que estos conocimientos previos, por su característica de persistencia (Limón y Carretero, 1996), pueden impedir o sesgar la aplicación de los conceptos matemáticos acerca del azar. Lo anterior estaría relacionado con la contradicción que, según Azcárate (2006), existe entre la complejidad de la Probabilidad y el pensamiento determinista y causal, dominante en los procesos educativos y cuya base para la toma de decisiones puede ser engañosa (Batanero, 2005). Las concepciones deterministas sobre la matemática según investigaciones de Serradó, Cardeñoso y Azcárate (2005a) se presentan en estudiantes y docentes.

Hoemman y Ross (citado en Serradó, Cardeñoso y Azcárate, 2005b) establecen que los niños, antes de los seis años, no tienen bien definida la relación causa efecto y, en consecuencia, no diferencian las nociones de azar y casualidad, además, Inhelder y Piaget (citado en Serradó, Cardeñoso y Azcárate, 2005b) argumentan que en el nivel preparatorio, ante el azar, los niños esperan que frente a condiciones semejantes los fenómenos se repitan de modo idéntico; al principio el niño se desorienta ante lo inesperado o fortuito pero luego empieza a buscar las causas que lo justifiquen.

Estos preconceptos o intuiciones, en muchos casos se conservan y se reflejan en etapas posteriores del aprendizaje y llegan incluso a la vida universitaria. Algunos estudios relacionados con las ideas erróneas preconcebidas acerca de la Probabilidad muestran que su origen, no sólo se puede atribuir a la formación matemática sino que, tiene un componente psicológico, como lo expresan Tversky y Kahneman (citado en Fernández, 2001).

Es importante implementar estrategias que surjan del conocimiento de los aspectos aquí expuestos, acerca de las dificultades que presentan los estudiantes, teniendo en cuenta que ellos son los principales protagonistas del proceso de enseñanza y aprendizaje. Cualquier esfuerzo que beneficie este proceso podría llevar a resultados más exitosos.

“Revista Virtual Universidad Católica del Norte”. No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

### **3.2 Aspectos relacionados con el profesor**

La formación del docente asignado para orientar Estadística y Probabilidad puede tener una gran incidencia en la calidad de la enseñanza y, consecuentemente, en la calidad de aprendizaje que logra el estudiante, entendida esta última, como la capacidad de examinar y analizar, comparar y experimentar y, probar y contrastar, hasta lograr una afirmación o pregunta estructurada, de manera que sea capaz de relacionar las hipótesis de trabajo con la realidad observada. En investigaciones como la de Wesels y Nieuwoudt (2010), se deja ver la necesidad de profesionales más eficientes para orientar los cursos de Probabilidad, ya que en algunos casos aunque los docentes cuentan con la habilidad para transmitir los conceptos, tienen un bajo nivel de pensamiento estadístico que se refleja al aplicar la teoría en un contexto determinado, con falencias en el conocimiento del origen de los datos, su variabilidad, su representatividad, la comprensión de la significancia estadística y el control de los factores de confusión, entre otros aspectos.

En Colombia se encuentra una variedad de programas de formación de docentes para la enseñanza de las matemáticas con diferentes énfasis, pero para la enseñanza de la estadística sólo se encuentra una licenciatura activa en matemáticas y estadística, como se presenta en el portal del SNIES (MEN, s.f.) al consultar el número de programas que se ofrecen en las áreas de matemáticas y de estadística. Por lo anterior, en las instituciones de educación básica y media diversos profesionales, además de los licenciados en ciencias de la educación matemática, orientan los temas de Probabilidad. Tamayo (2009) señala también que algunos docentes nunca han visto formalmente estos contenidos, y si los han recibido en algún momento, este hecho no los prepara suficientemente para poder enseñarlos.

Como manifestación del sesgo que los docentes pueden generar en la orientación de un curso, Stohl (2005) expone que en muchos casos la práctica docente en Estadística revela que los profesores dan mayor importancia de la que reconocen a la enseñanza de algoritmos y procedimientos mecánicos, dejando de lado el desarrollo de la comprensión de conceptos y del pensamiento estadístico. De esta forma, no se favorece el desarrollo de la capacidad para evaluar la información cuantitativa, la construcción de una visión enriquecida de la naturaleza de la Estadística, ni el aprendizaje significativo. Así, no se estaría promoviendo el actuar crítico del estudiante frente a la presencia de hechos no determinísticos.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

De otra parte, la interacción que el estudiante establezca con su profesor y con sus compañeros, influirá en el proceso de construcción del conocimiento, como lo afirman Perry, Mesa, Fernández y Gómez (1998), quienes también apoyan la idea de desarrollar habilidades para resolver problemas, como una de las metas principales del aprendizaje de las matemáticas escolares, lo que se verá reflejado en el desempeño del estudiante en cursos posteriores como la Estadística, donde se enfrentará a los temas relacionados con Probabilidad.

Además del conocimiento profesional, en investigaciones recientes se tiene en cuenta la actitud de los docentes, sus creencias y sus conocimientos sobre la Probabilidad; dichas investigaciones muestran cómo estos aspectos influyen en el conocimiento de los estudiantes, al punto de detectarse casos donde ellos apropian conceptos erróneos (Batanero, Ortiz y Serrano, 2007).

Una característica relevante de la Probabilidad es el hecho de tener su propio lenguaje y notación simbólica, lo que entre otras cosas, hace que se diferencie o se aproxime con otras disciplinas. Kapadia (2010) argumenta que la Probabilidad debe ser vista al igual que las matemáticas como un lenguaje de comunicación. El hecho de utilizar símbolos y una terminología con diferentes connotaciones semánticas en el tiempo y entre personas, hace que el proceso de enseñanza y aprendizaje pueda presentar dificultades cuando el profesor intenta establecer comunicación con sus estudiantes en el aula de clase. Ante este problema, es oportuno plantear el interrogante ¿será que la interpretación que realiza el estudiante es acorde al mensaje que intenta emitir el profesor?, reflexión que puede darse desde la misma educación matemática.

En la misma dirección, se podría pensar que la notación y simbología estadística para el estudiante, puede verse como elemento extraño o nuevo que finalmente tiene alguna incidencia en su aprendizaje. En este sentido y de acuerdo a lo afirmado por Behar y Pere (2004) algunas veces el problema puede estar en el empaque y no en el contenido, como cuando la dificultad no está en los conceptos, sino en la notación que se utiliza.

En sentido semántico, los conceptos de probabilidad, aleatoriedad y azar pueden diferir entre personas, en este aspecto Batanero y Serrano (1995) hacen una amplia revisión de literatura para conocer las diferentes definiciones e interpretaciones que se han tejido a través del tiempo acerca

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

de dichos conceptos, vistos desde diversas disciplinas; además, mencionan la existencia de problemas filosóficos ligados a la Estadística y a la Probabilidad. Batanero (2001a) plantea que la falta de unicidad en la semántica de la terminología asociada con aleatoriedad es uno de los factores que desfavorecen su aprendizaje.

Otro aspecto que se encuentra en las investigaciones relacionadas con la enseñanza de la Estadística es el analizado por Bear y Pere (2004), quienes plantean como problemática que el profesor no tiene en cuenta al inicio del curso, un punto de partida ni un punto de llegada o las metas finales presupuestadas en el curso. Los autores reflexionan sobre la importancia que se le debe dar a la caracterización del estudiante, en relación con los conocimientos básicos o lo que se requiere para iniciar el curso; igualmente es importante saber sobre preconceptos, habilidades, aptitudes y actitudes que tiene el estudiante para afrontar situaciones con la presencia de variabilidad e incertidumbre. Estas consideraciones podrían evitar que los profesores partan de bases erróneas o incompletas relacionadas con los conceptos que pueden tener los estudiantes.

El proceso de evaluación es otro aspecto que se debe analizar. Además de no tener en cuenta las diferencias individuales de los estudiantes, en muchos casos, sólo se evalúa a corto plazo si ellos adquieren algunos conocimientos o la habilidad para solucionar problemas sencillos y complejos, pero no se intenta establecer si han desarrollado un pensamiento estadístico que se incorpore a su lógica cotidiana, de forma que reconozcan en el futuro las situaciones de incertidumbre para la toma de decisiones (Behar y Pere, 2004). De la importancia que los docentes den a los procesos de evaluación y retroalimentación depende el éxito en el logro de los objetivos de aprendizaje trazados.

En relación con las metas de aprendizaje y teniendo en cuenta lo expuesto por Behar y Pere (2004), se puede inferir que es importante tener claridad en cuanto a las competencias específicas por programa y su logro, definir si se pueden alcanzar a corto, mediano o largo plazo, y observar si hay coherencia entre los contenidos temáticos, el ambiente que rodea el aprendizaje y sus metas.

Además, este planteamiento exige que todos los docentes de Estadística estén identificados totalmente con las políticas y estrategias del proceso enseñanza y aprendizaje, comprendan lo que significa enseñar y aprender

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

Estadística y Probabilidad y orienten sus esfuerzos al cumplimiento de las competencias establecidas previamente, para formar a los estudiantes en aprendizajes duraderos, es decir, formar en pensamiento estadístico.

### **3.3 Aspectos relacionados con los currículos**

De acuerdo con lo señalado por Rocha (2007), la formación estadística en las universidades colombianas, para algunos programas diferentes al de Estadística o de una licenciatura en matemáticas y/o estadística, generalmente se enfoca a impartir dos cursos de estadística a estudiantes que ya tienen alguna formación en matemáticas. El primer curso relaciona los tópicos asociados a la descripción gráfica, tabular y numérica de una o más características, para luego abordar los temas de la probabilidad y distribuciones de probabilidad. En el segundo curso, se relaciona la inferencia estadística mediante la aplicación de métodos estadísticos para hacer estimación de parámetros y prueba de hipótesis. Según sean los planes de estudio de cada programa puede existir el interés por complementar el razonamiento estadístico en temas como muestreo, series de tiempo, estadística no paramétrica, control de calidad, diseño experimental, econometría y psicometría, entre otros.

En concordancia con lo afirmado por Rocha (2007) se mencionan como aspectos de la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística y de la Probabilidad: el proceso de instrucción en el aula que se ve afectado por el área de formación del docente y por el escaso desarrollo de herramientas metodológicas; cierto desconocimiento por parte de algunos profesores sobre el objeto de estudio de la Estadística y la Probabilidad y de los lineamientos curriculares recientes; y la escasa formación de docentes en Estadística y ausencia de medios de divulgación de trabajos en didáctica de la Estadística y la Probabilidad.

Además, es cotidiano encontrar profesores inconformes con las habilidades matemáticas de sus estudiantes y con la ausencia de conocimientos que ellos debieron adquirir en los cursos previos, que figuran como prerrequisitos de las asignaturas de Estadística en los planes de estudio. A este respecto Behar y Pere (2004) ponen en discusión la pertinencia de los procedimientos que se llevan a cabo para alcanzar los objetivos que se plantean en los currículos, sugiriendo que se tenga en cuenta la realidad del estudiante al momento de iniciar su proceso de aprendizaje.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

De acuerdo a las pruebas diagnósticas con que los autores evalúan el conocimiento de los estudiantes antes de iniciar los cursos de Estadística en la universidad y mediante el diálogo con ellos, se infiere que en algunos casos los conceptos que han recibido en la educación previa acerca de la Probabilidad no corresponden a los establecidos en las recomendaciones del MEN. Así, se puede pensar que algunas instituciones educativas no han adaptado sus currículos a los lineamientos actuales enmarcados en el plan de mejoramiento de la calidad educativa (MEN, 2006) o que no se ejerce un control para su cumplimiento.

A la hora de diseñar los currículos, se encuentran recomendaciones como la de Jeans y Reys (2002), quienes sugieren tener en cuenta los principios y estándares del *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), ya que en algunos casos se le da más importancia al pensamiento numérico que al probabilístico o no se incluyen los temas de Probabilidad y análisis de datos desde la básica primaria.

En países como Estados Unidos y Canadá, a nivel de educación básica y media, los principios para diseño de currículos de Matemáticas del NCTM (2009) recomiendan tener en cuenta que los estudiantes: recolecten información ya sea por experimentación o por encuestas, puedan hacer su descripción en las diferentes formas de representación, conozcan e interpreten las medidas de tendencia central y de dispersión, entiendan los conceptos de variables aleatorias y las distribuciones de probabilidad asociadas a éstas y tengan capacidad para hacer inferencias a partir de las estadísticas muestrales.

Tamayo (2009) analiza la importancia que le están dando algunos países a potenciar el pensamiento aleatorio de los estudiantes para estar a la par con la exigencia de las organizaciones y el manejo de la información, adelantando propuestas curriculares para privilegiar la enseñanza de este tema en las instituciones educativas.

En Colombia es claro que a nivel de educación básica y media, el MEN establece orientaciones y lineamientos curriculares para la enseñanza de la Estadística (MEN, 1998) y estándares de calidad (MEN, 2006). A nivel universitario, las políticas curriculares se ven enmarcadas por la necesidad que tienen los programas académicos y las universidades de ser aceptados en un mundo globalizado y de cumplir los requisitos mínimos de calidad que

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

permitan su funcionamiento y/o el reconocimiento de alta calidad, de acuerdo a los lineamientos del Consejo Nacional de Acreditación - CNA.

Pese a los esfuerzos del estado por involucrar la Estadística y Probabilidad en los currículos y mejorar la calidad educativa colombiana, no se cumple con este propósito de manera satisfactoria lo cual puede obedecer a los bajos niveles de formación de los docentes en el tema o a la incomodidad que genera el tener que tratarlo en el curso, pues algunos de ellos nunca han visto formalmente estos conocimientos, y si los han recibido en algún momento, este hecho no los prepara suficientemente para poder enseñarlos (Tamayo, 2009).

Otros autores, recomiendan tener en cuenta al momento de diseñar los currículos, los obstáculos didácticos asociados al uso del lenguaje; Henry (2001) sugiere precisar el vocabulario para cada nivel, de forma que el estudiante se contextualice progresivamente.

#### **4. Algunas alternativas de solución que se han propuesto para mejorar el aprendizaje de la Probabilidad**

En la actualidad los profesores tienen la oportunidad de utilizar medios novedosos para mejorar su desempeño docente, tales como: aplicativos multimedia, tutoriales, animaciones y videos, entre otros (Colombia Aprende, s.f.). Hernández, Fernández y Baptista (2010) presentan una lista de paquetes estadísticos como el *SPSS*, *StatGraphics*, *MiniTab*, *SAS*, *BMD*, *XLStat* y las herramientas incluidas en hojas electrónicas de uso general, que ayudan al docente a agilizar cálculos y a mostrar el uso de los diferentes métodos estadísticos y su aplicación en un contexto, por lo que se puede aprovechar más tiempo en el análisis e interpretación de los resultados, de forma tal que se dé más importancia a lo analítico y argumental, sobre lo procedimental. De las herramientas en mención se encuentran tutoriales disponibles en las páginas de sus fabricantes.

Dentro de las diferentes alternativas de software que se encuentran para apoyar la enseñanza de la Probabilidad están las siguientes: *Fathom* (Finzer, 2002), *Probability Explorer* (Stohl y Tarr, 2002), *EstadLab* (Alonso, Fernández y Pascual, 2003), Hazares (González, Mira, Sánchez y Juan, 2003), Software didáctico para apoyar el aprendizaje de la Estadística y la Probabilidad (Rincón, Tabares y González, 2006), Software educativo para la enseñanza de distribuciones de frecuencia, utilizando el análisis exploratorio

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

de datos - AnExDat (Cerero y López, 2007), ProbSim (Scientific Reasoning Research Institute, 2008), Simulaprob (Insunza, Gastélum y Álvarez, 2009), StatGames (University of California Riverside y Claremont McKenna College, 2010) y Ação Local Estatística Aplicada - ALEA (ALEA, 2011), entre otros; así como una variedad de simuladores y otros recursos que apoyan el aprendizaje de la Probabilidad, como lo relaciona Batanero (2001b). El uso de simuladores contribuye a construir el pensamiento probabilístico del estudiante, cuando se le permite hacer una comparación entre los resultados que ellos arrojan y los que obtiene de la realidad, favoreciendo el desarrollo de un pensamiento crítico (Savard, 2010).

Adicionalmente se encuentran los tutoriales, cuya finalidad es ofrecer explicaciones, ejemplos, descripciones, tareas, demostraciones y ocasionalmente, algún tipo de retroalimentación. Ben-Zvi (2001) menciona a *ActiveStats*, *ConStatS* y *The authentic Statistics Stack*, como ejemplos de tutoriales en el área de la Estadística.

En Internet se encuentran los *applets* que están inmersos en algunos materiales que elaboran los docentes para apoyar el aprendizaje de los temas de Probabilidad, los cuales se ejecutan al utilizar un simulador, un ejercitador o sencillamente en un ejemplo que se muestre dentro de la página, por ello, pretender hacer un listado de ellos no es tarea fácil. Algunos ejemplos de *applets* relacionados con los temas de Probabilidad se encuentran en el laboratorio virtual que se puede consultar en Afonso (2006).

De otra parte, dado que la Probabilidad tuvo su origen por la necesidad de formular estrategias ganadoras en los juegos de azar desde 1654, tradicionalmente su enseñanza se ha apoyado en juegos como cartas, monedas y dados (Restrepo y González, 2003). Algunos juegos que actualmente se proponen para el mismo propósito son: Strat-O-Matic® Baseball (Cochran, 2005), Explorando dados (Drake, 1993) y Monica's random walks (Hernández, Kataoka y Silva, 2010), entre otros.

Finalmente, es necesario que los profesores trabajen la Estadística y la Probabilidad desde proyectos, dinamizando el currículo como lo afirma Pacheco (2010), ya que los conceptos y técnicas descontextualizados no tienen ninguna importancia en la vida real. Al respecto, Connor, Davies y Payne (2002) indican que esto cada día es más frecuente en Inglaterra y países de Europa, en la secundaria y la universidad. Batanero y Godino

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

(citado en Batanero y Díaz, 2005), presentan algunos ejemplos de cómo ellos han empleado esta metodología a nivel universitario con resultados satisfactorios.

Además del trabajo por proyectos, el trabajo cooperativo se presenta como una alternativa que permite afianzar el aspecto investigativo en la enseñanza de la Estadística. Carvalho (como se cita en Batanero, 2007) hace un análisis de la importancia de esta práctica y el reto que representa su implementación para el docente.

## **5. Consideraciones finales**

Existe interés por realizar y divulgar investigaciones en el campo de la didáctica de la Probabilidad, así como estrategias metodológicas para apoyar su aprendizaje; se hace necesario seguir motivando a los investigadores a buscar metodologías innovadoras y a trabajar en la creación de materiales que apoyen este proceso académico.

Uno de los problemas que influye en el aprendizaje de la Probabilidad a nivel universitario, está relacionado con los preconceptos e intuiciones errados con los que llegan los estudiantes, algunas veces alimentados por los profesores, lo cual implica un reto para el docente universitario, quien debe documentarse y tratar de modificarlos de manera insistente para lograr un manejo adecuado de la conceptualización.

Las pocas habilidades matemáticas y las deficiencias en Probabilidad afectan el desempeño de los estudiantes cuando tienen que acudir al pensamiento probabilístico, especialmente en situaciones que requieren de procesos inferenciales y cuando abordan situaciones reales; a pesar de haber tomado el curso, se encuentran ante la dificultad de poder aplicar los conceptos aprendidos, lo que evidencia la persistencia de un pensamiento determinista.

En el proceso de aprendizaje de la Probabilidad, la motivación es un factor determinante para el éxito que pueda tener el estudiante. El profesor, como agente facilitador en el proceso, debe encaminar sus acciones para influir en aquellos estudiantes con bajo nivel motivacional, despertando su interés y la necesidad de alcanzar su aprendizaje.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

A pesar de que la Probabilidad tiene un desarrollo axiomático bien definido matemáticamente, la terminología de muchos conceptos se presta para diferentes interpretaciones, aún en personas con alguna formación estadística, lo que conlleva a la transmisión de conceptualizaciones erróneas, situación que amerita mayor atención por parte del docente.

Uno de los problemas que afecta el aprendizaje de la Probabilidad, se encuentra asociado a la poca formación en Estadística y/o didáctica de la Estadística que tienen los docentes, además se encuentran casos en que esta asignatura está a cargo de profesionales sin formación estadística. Este aspecto se puede mejorar si el docente se preocupa por asistir a eventos y a capacitaciones que lo cualifiquen en su conocimiento y en su labor educativa. De lo anterior, se prevé la pertinencia de estudiar la necesidad de programas profesionales o de postgrado que capaciten a los docentes en esta temática.

En Internet se encuentra información sobre diversas herramientas diseñadas para apoyar el aprendizaje de la Probabilidad. Se hace necesario estudiarlas en conjunto con otras que haya propuesto la comunidad académica, analizar su pertinencia para este propósito, y considerar la necesidad de proponer nuevas estrategias.

En Colombia existen recomendaciones a nivel de educación básica y media, dadas por el Ministerio de Educación Nacional, en cuanto a los temas de Probabilidad que se deben incluir en los currículos; sin embargo, hay grandes debilidades en el cumplimiento de los contenidos por parte de las instituciones educativas, lo que genera la necesidad de iniciar un estudio en este campo. En el ámbito universitario hay autonomía pero los procesos de flexibilidad y las políticas de globalización, han hecho que se unifiquen criterios para la elaboración de currículos.

Los estudios que se encuentran sobre didáctica de la Probabilidad, corresponden en mayor número a la educación básica y media, quedando un poco de lado la educación superior. Un trabajo inmediato que se generaría a partir de esta realidad es la realización de un estudio que arroje las necesidades educativas existentes en lo referente al aprendizaje de la Probabilidad a nivel universitario en un ámbito regional o nacional.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

## 6. Lista de referencias

- Afonso, H. (2006). *Laboratorio virtual en probabilidad y estadística*. Facultad de Matemáticas, Universidad de La Laguna Tenerife, España. Recuperado de: [http://www.planetamatematico.com/index.php?option=com\\_content&task=view&id=118&Itemid=158](http://www.planetamatematico.com/index.php?option=com_content&task=view&id=118&Itemid=158)
- ALEA. Acção Local Estatística Aplicada - ALEA. (2011). *Probabilidades*. Recuperado de: <http://alea-estp.ine.pt/html/probabil/html/Probabilidades.html>
- Agnelli, H. (2009). Relevancia de la enseñanza de la Probabilidad. *Ciencias Económicas* 2(7), 11-21. Santa Fe. Argentina: Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad del Litoral.
- Alonso, I., Fernández, J. y Pascual, A. (2003). *EstadLab: software multiplataforma de apoyo a la docencia de Probabilidad, variables aleatorias y procesos estocásticos*. Trabajo presentado en el VI Congreso de la Sociedad Galega para a promoción da Estatística e da Investigación de Operacións - SGAPEIO. Universidad de Vigo, España. Recuperado de: <http://www.tsc.uvigo.es/BIO/Docencia/CSA/EstadLab.html>
- Azcárate, P. (2006). *¿Por qué no nos gusta enseñar estadística y probabilidad?* Jornadas de Investigación en el Aula de Matemáticas: Estadística y azar. XII. Granada.
- Batanero, C. (2001a). *Aleatoriedad, modelización, simulación*. Trabajo presentado en las X Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas. Zaragoza, España.
- Batanero, C. (2001b). *Didáctica de la estadística*. Granada, España: Servicio de Reprografía Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 247-263. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Distrito Federal, México.
- Batanero, C. (2007). Enseñanza de la estadística en los niveles no universitarios: algunos retos para la investigación. En: M. Camacho, P. Flores y M. Bolea (Coords.). *Investigación en Educación Matemática XI: comunicaciones de los grupos de investigación del XI Simposio de la SEIEM* (pp. 93 - 98). La Laguna, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

Batanero, C. y Díaz, C. (2005). *El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística*. Trabajo presentado en el I Congreso de Estadística e Investigaçao Operacional da Galiza e Norte de Portugal e VII Congreso Galego de Estatística e Investigación de Operaçóns. Guimaraes, Portugal. Recuperado de: <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/CEIO.pdf>

Batanero, C., Godino, J. D. Green, D. R., Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.

Batanero, C. y Serrano, L. (1995). La aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 5, 15-28. Recuperado de: <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/aleatoriedad.htm>

Batanero, C., Ortiz, J. y Serrano, L. (2007). Investigación en didáctica de la probabilidad. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 44, 7-16.

Behar, R. y Pere, C. (2004). La estadística en la educación superior. *Revista Ingeniería y Competitividad Universidad del Valle*, 5(2), 84-90.

Ben-Zvi, D. (2001). *Technological Tools in Statistics Education*. Trabajo presentado en las Jornadas Europeas de Estadística: La enseñanza y la difusión de la Estadística. Palma de Mallorca, España. Recuperado de: [http://www.caib.es/ibae/esdeveniment/jornades\\_10\\_01/doc/Ben-Zvi%2029-9-01.doc](http://www.caib.es/ibae/esdeveniment/jornades_10_01/doc/Ben-Zvi%2029-9-01.doc)

Blanco, L. (2004). *Probabilidad*. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia, UNIBIBLOS.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198.

Campos, C. (2008). *Aprendizaje de la estadística a través de casos prácticos*. Ponencia presentada en las II Jornadas de Innovación Docente: Tecnologías de la Información y la Comunicación e Investigación Educativa. Universidad de Zaragoza, España.

Cepeda, F. (1987). Andrei Nikolovitch Kolmogorov in Memoriam. *Revista colombiana de estadística*, (15/16), 1-3. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

Cerero, A. y López, M. (2007). Software educativo para la enseñanza de distribuciones de frecuencia, utilizando el análisis exploratorio de datos. AnExDat. En: P. Rocha (Comp.). *Cuadernos de investigación Universidad Distrital Francisco José de Caldas*, 10, (pp. 106–115). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Cochran, J. (2005). Can you really learn basic probability by playing a sports board game? *The American Statistician*. *Alexandría*, 59(3), 266 - 272.

Colombia Aprende. (s.f.). Nuevas formas de enseñar y aprender. Recuperado de: <http://www.colombiaprende.edu.co/html/directivos/1598/article-88892.html>

Connor, D., Davies, N. y Payne, B. (2002). Web-based project and key skill work. *Teaching Statistics*, 24(2), 62-65.

Corbella, J. (1985). (Ed.). *Enciclopedia práctica de Psicología*. Barcelona, España: ORBIS.

Drake, B. (1993). Exploring 'Different' Dice. *Mathematics Teacher*, 86(5), 380-382.

Fernández, A. (2001). *Obstáculos para la enseñanza de la probabilidad en los estudiantes de economía, administración y dirección de empresas*. Trabajo presentado en las Jornadas europeas de Estadística: La enseñanza y la difusión de la Estadística. Palma de Mallorca, España. Recuperado de: [http://www.caib.es/ibae/esdeveniment/jornades\\_10\\_01/doc/obstaculos.doc](http://www.caib.es/ibae/esdeveniment/jornades_10_01/doc/obstaculos.doc)

Finzer, W. (2002). *The Fathom experience: is research-based development of a commercial statistics learning environment possible?* Trabajo presentado en The sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS6): Developing a statistically literate society. Cape Town, South África. Recuperado de: [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/7f4\\_finz.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/7f4_finz.pdf)

García, F. (2008). *Motivar para el aprendizaje desde la actividad orientadora*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Centro de Investigación y documentación educativa.

Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review*, 75(3), 372-396.

Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice*. Dordrecht, The Netherlands: Springer Publishing.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

González, C., Mira, J., Sánchez, M. y Juan, J. (2003). *Hazares: programa para el autoaprendizaje de Probabilidad*. Trabajo presentado en el Congreso: Jornada de Nuevas Tecnologías en la Innovación Educativa 2003. Madrid, España. Recuperado de: <http://www.dii.etsii.upm.es/ntie/pdf/gonzalez.pdf>

Henry, M. (2001). *Autour de la modélisation en probabilités*. Paris: Presses Universitaires de France. Presses Univ. Franche-Comté.

Hernández, H., Kataoka V. y Silva M. (2010). *Random Walks in Teaching probability at the high school*. Trabajo presentado en 8th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8): Data and context in statistic education: towards an evidence-based society. Ljubljana, Slovenia.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* 5. ed. México: Mc Graw-Hill.

Hirsch, L. y O'Donnell, A. (2001). Representativeness in Statistical Reasoning: Identifying and Assessing Misconceptions. *Journal of Statistics Education*, 9(2). Recuperado de: <http://www.amstat.org/publications/jse/v9n2/hirsch.html>

International Association for Statistical Education (IASE), (s.f.). *Hipótesis Alternativa*. Recuperado de: <http://www.ucv.ve/hipotesis>

Insunza, S., Gastélum, D. y Álvarez, A. (2009). Desarrollo de *Software* para el aprendizaje y razonamiento probabilístico: el caso de Simulaprob. *UNIÓN: Revista Latinoamericana de Educación Matemática*, 18, 135-149.

Jeans, J. y Reys, B. (2002, abril). Providing opportunities to learn probability concepts. *Teaching children mathematics*, 8(8), 482-487.

Kapadia, R. (2010). *Chance and necessity: The languages of probability and mathematics*. Trabajo presentado en 8th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 8): Data and context in statistic education: towards an evidence-based society. Ljubljana, Slovenia.

Konold, C. (1995). Issues in Assessing Conceptual Understanding in Probability and Statistics. *Journal of Statistics Education*, 3(1). Recuperado de: <http://www.amstat.org/publications/jse/v3n1/konold.html>

León, N. (1999). Tendencias Actuales de la investigación en la enseñanza de la probabilidad y la estadística. *Educación y Sociedad*, 1(2), 67-74.

Limón, M y Carretero, M. (1996). Las ideas previas de los alumnos. Qué aporta este enfoque a la enseñanza de las ciencias?. En: M. Carretero (Ed.). *Construir y enseñar: las ciencias experimentales*. pp. 19-45. Aique, Buenos Aires.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Serie lineamientos curriculares*. Bogotá, Colombia.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (s.f.). Sistema Nacional de Información de la Educación Superior (SNIES). Bogotá, Colombia. Recuperado de: <http://snies.mineducacion.gov.co/ConsultaSnies/ConsultaSnies/consultarInfoProgramasAcademicos.jsp>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2009). *Guiding Principles for Mathematics Curriculum and Assessment*. Recuperado de: <http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=23273>
- Ortiz, J., Batanero, C. y Serrano, L. (2001). El lenguaje probabilístico en los libros de texto. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (38), 5-13. Zaragoza. Recuperado de: <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/SUMALENGUAJE2001.pdf>
- Pacheco, P. (2010). *Nuevas competencias docentes en la enseñanza de la Probabilidad y la Estadística*. Trabajo presentado en el VII Coloquio Regional de Estadística. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia. Recuperado de: <http://www.contraloria.gob.pa/inec/IASI/docs/announcements/conferencias.htm>
- Peñalosa, J. y Vargas, C. (2006). *¿Qué debe cambiar en el aprendizaje de la estadística en las ciencias del comportamiento?*. Trabajo presentado en las XIV Jornadas y II Encuentro Internacional de la Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa - ASEPUMA. Recuperado de: <http://www.uv.es/asepuma/XIV/comunica/41.pdf>
- Perry, P., Mesa, V., Fernández, F. y Gómez, P. (1998). *Matemáticas, azar y sociedad, conceptos básicos de estadística*. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.
- Pozo, J. (1999). Más allá del cambio conceptual: el aprendizaje de la ciencia como cambio representacional. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(3), 513-520. Recuperado de: <http://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v17n3p513.pdf>
- Restrepo, L. y González, J. (2003). La Historia de la probabilidad. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*, 16(1), 83-87. Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia.
- Rincón, L., Tabares, M. y González, F. (2006). *Diseño y elaboración de materiales didácticos con tecnologías informáticas para los cursos de Estadística y Probabilidad en Ingeniería. Análisis, diseño, construcción e implementación de un diplomado virtual en la Universidad Santiago de Cali, para el mejoramiento del quehacer docente*. Cali, Colombia: Universidad Santiago de Cali.
- Rocha, P. (2007). Educación estocástica: la didáctica de la probabilidad y la estadística. En: P. Rocha (Comp.). *Cuadernos de Investigación Universidad Distrital Francisco José de Caldas*, (10), 9-34). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

"Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 34, (septiembre-diciembre de 2011, Colombia), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821 - Indexada Publindex-Colciencias (B), Latindex, EBSCO Information Services, Redalyc, Dialnet, DOAJ, Actualidad Iberoamericana, Índice de Revistas de Educación Superior e Investigación Educativa (IRESIE) de la Universidad Autónoma de México.

- Salcedo, A. (2007). *Educación estadística en América Latina: un camino en construcción*. Trabajo presentado en el Primer Encuentro Nacional de Educación Estadística. Bogotá, Colombia. *Boletín de la Asociación Brasileña de Estadística*, 67(2), 10-12. Recuperado de: [http://redeabe.org.br/Boletins/Boletim\\_67.pdf](http://redeabe.org.br/Boletins/Boletim_67.pdf)
- Savard, A. (2010). *Simulating the risk without gambling: Can student conceptions generate critical thinking about probability?* Trabajo presentado en 8th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8): Data and context in statistic education: towards an evidence-based society. Ljubljana, Slovenia. Scientific Reasoning Research Institute (SRRI). (2008). *ProbSim: Software and activities for teaching probability via simulations*. Recuperado de: [http://srri.umass.edu/prob\\_sim](http://srri.umass.edu/prob_sim)
- Serradó, A., Cardeñoso, J. y Azcárate, P. (2005a): Las concepciones deterministas, un obstáculo para el desarrollo profesional del docente en el campo probabilístico. *Actas del V CIBEM, Congreso Ibero-americano de Educação Matemática*. Porto: Universidad de Porto.
- Serradó, A., Cardeñoso, J. y Azcárate, P. (2005b). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *Statistics Education Research Journal*, 4(2), 59-81. Recuperado de: [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ4\(2\)\\_serrado\\_etal.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ4(2)_serrado_etal.pdf)
- Stohl, J. (2005). Probability in teacher education and development. En: G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 345-366). New York: Springer.
- Stohl, H. y Tarr, J. (2002). Developing Notions of Inference using probability simulation tools. *Journal of Mathematics Behavior*, 21(3), 319-337. Recuperado de: <http://www.problexplorer.com/Articles/JMB2002Stohl&Tarr.pdf>
- Tamayo, C. (2009). *Aprendizaje de la estadística descriptiva en contextos de vulnerabilidad: una relación entre lo socio-cultural y la matemática escolar*. Trabajo presentado en el X Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. San Juan de Pasto, Colombia.
- University of California Riverside y Claremont McKenna College. (2010). *StatGames*. Recuperado de: <http://statgames.ucr.edu>
- Zieffler, A., Garfield, J., Alt, S., Dupuis S., Holleque, K. y Chang, B. (2008). What Does Research Suggest About the Teaching and Learning of Introductory Statistics at the College Level? A Review of the Literature. *Journal of Statistics Education*, 16 (2). Recuperado de: <http://www.amstat.org/publications/jse/v16n2/zieffler.pdf>
- Wesels, H. y Nieuwoudt, H. (2010). *Teacher knowledge and confidence in grade 8 and 9 data handling and probability*. Trabajo presentado en 8th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8): Data and context in statistic education: towards an evidence-based society. Ljubljana, Slovenia.